وبسایت اینترنتی جزوه و تمرین

@JozveoTamriN

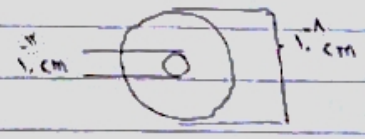
scan me🧐!!

www.wtiau.net

فصل ۱۷

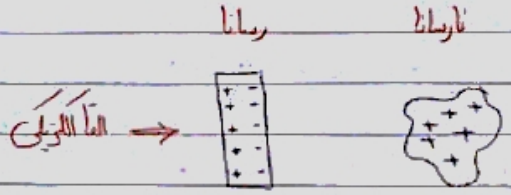
الکترسته :

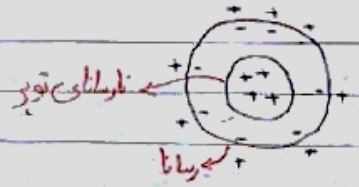
ذره	نماد	بار	جرم
پروتون	p	$+e$	$1.67\times10^{-27}\ kg$
نوترون	n	0	$1.67\times10^{-27}\ kg$
الکترون	e	$-e$	$9.19\times10^{-31}\ kg$



$T=0\ K\ (-273)$ → ۱۰ رسانا (هادی)
↳ ۲۰ نارسانا (عایق)

دریای معمولی → رسانا / نیمه رسانا / نارسانا





کولن : q_1 ۲ q_2 $\quad F\propto|q_1q_2|$

$F\propto\frac{1}{r^2}$

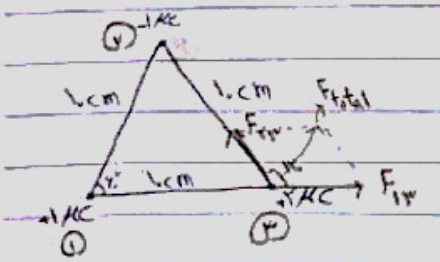
کولن (C) ← $F=k\frac{q_1q_2}{r^2}$ ← نیروی بین ۲ بار

فاصله (m) ← r^2

$\frac{N.m^2}{C^2}$

$k=9\times10^9=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{N.m^2}{C^2}\right)$ $\quad |q_p|=|q_e|=1.6\times10^{-19}\ C$

مثال : ۳ بار الکتریکی طبق شکل در رئوس یک مثلث متوازی الاضلاع به طول ۱۰cm قرار گرفته‌اند این بارها به ترتیب $1\mu C$ $-2\mu C$ $+1\mu C$ هستند اندازه نیروی برایند وارد بر بار $-2\mu C$ چه قدر است



$F_{12}=k\frac{q_1q_2}{r^2}=9\times10^9\frac{(1\times10^{-6})(2\times10^{-6})}{[1\times10^{-2}]^2}=1.8\ N$

$F_{32}=k\frac{q_3q_2}{r^2}=9\times10^9\frac{(1\times10^{-6})(2\times10^{-6})}{[1\times10^{-2}]^2}=1.8\ N$

$F_{total}=2F\cos\frac{\theta}{2}=2\times1.8\times\cos\frac{120}{2}=1.8\ N$

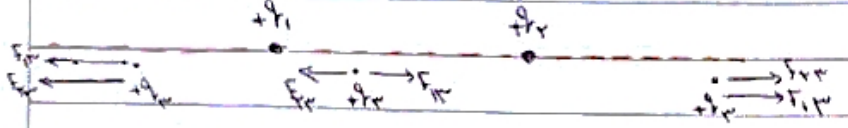
در حالت کولن جهت نیروهای اصلی را تعیین می‌کنیم ولی در رابطه قرار نمی‌دهیم

هیچ وقت علامت بارها قرار داده نمی‌شود

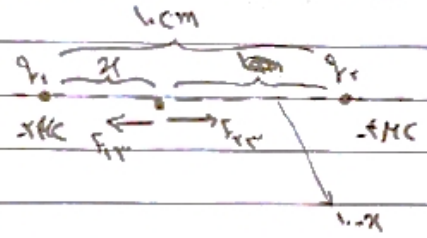
clips

مثال: دو بار هم علامت مفروض اند. در چه نقطه‌ای روی خط واصل دو بار این امکان وجود دارد که برایند نیروی الکتریکی در نقطه‌ای صفر شود

— اگر دو بار الکتریکی با بار یکسان داشته باشیم (چه بارها مثبت چه بارها منفی) در این صورت نیروی وارد بر بار سوم در نقطه‌ای بین خط واصل دو بار ممکن است صفر شود



مثال: دو بار با اندازه‌های 2μC و 4μC مفروض‌اند بار q_3 با اندازه 1μC را در چه نقطه‌ای روی خط واصل 2 بار قرار دهیم تا برایند نیروی های وارد بر آن صفر شود فاصله دو بار 1cm



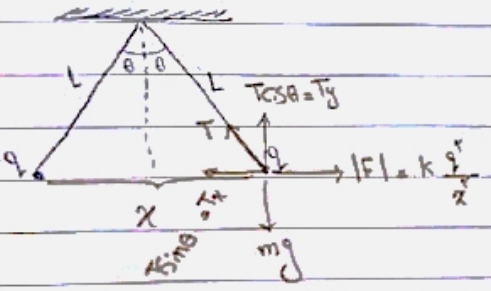
$$F_{1\to3} = F_{2\to3} \quad k\frac{q_1 q_3}{x^2} = k\frac{q_2 q_3}{(1-x)^2} \Rightarrow q_2 x^2 = q_1 (1-x)^2 \overset{\text{ابطه}}{\Rightarrow}$$

نکته: اگر 2 بار غیر هم علامت داشته باشیم در نقطه‌ای روی خط واصل 2 بار خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه‌ی کوچکتر برایند نیروها صفر است

Subject ..... Date .....

مثال: دو بار به اندازه‌ی $+4\mu C$ و $+2\mu C$ مفروض است. در چه نقطه‌ای روی خط واصل دو بار بار $+1\mu C$ را قرار دهیم تا برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود

مثال: دو گلوله‌ی رسانای مشابه به جرم m مطابق شکل از نخ‌های ابریشمی به طول L آویزان شده‌اند. این دو گلوله دارای بارهای مشابه می‌باشند. با فرض این که زاویه‌ی θ کوچک فرض شود رابطه‌ای برای فاصله‌ی بین دو بار به دست آورید ($\theta < 7^\circ$ $\sin\theta \simeq \tan\theta$)



① $k\frac{q^2}{x^2} = T\sin\theta$

② $Mg = T\cos\theta$

$$\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{k\frac{q^2}{x^2}}{Mg} \Rightarrow \tan\theta = \frac{kq^2}{Mgx^2}$$

$$\tan\theta \simeq \sin\theta = \frac{\frac{x}{2}}{L} = \frac{kq^2}{Mgx^2} \Rightarrow x^2 = \frac{2Lkq^2}{Mg} \Rightarrow x^3 = \frac{2Lq^2}{4\pi\varepsilon_0 Mg}$$

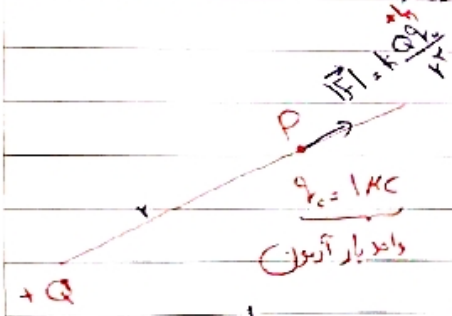
فصل ۱۸ : میدان الکتریکی

جسمی که دارای بار الکتریکی می‌باشد بر اجسام باردار دیگر حتی بدون آن که با آن‌ها تماس داشته باشد، نیرو وارد می‌کند. برای توصیف این واقعیت گفته می‌شود که جسم باردار در اطراف خود خاصیتی ایجاد می‌کند که میدان الکتریکی نامیده می‌شود این میدان الکتریکی توسط خطوط میدان الکتریکی نشان داده می‌شود که این خطوط دارای سه خاصیت زیر هستند

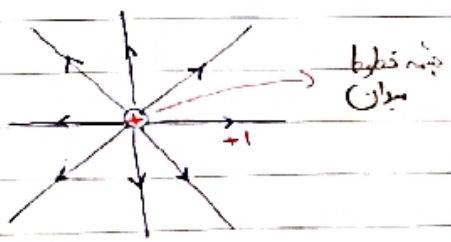
(۱) تعداد این خطوط نشان دهنده‌ی شدت میدان الکتریکی است

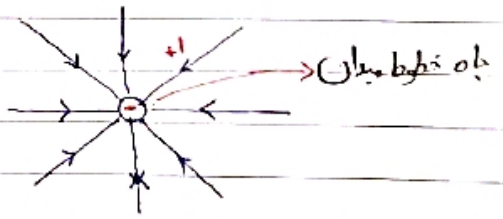
(۲) این خطوط هیچ‌گاه یکدیگر را قطع نمی‌کنند

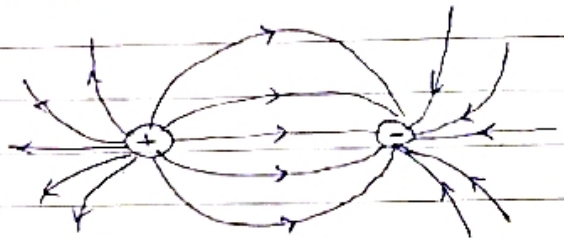
(۳) جهت این خطوط نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت را نشان می‌دهد

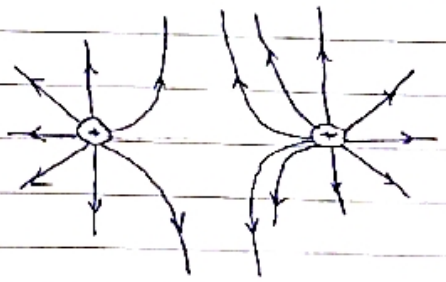


$$|E_P| = k\frac{Q}{r^2} = \frac{\vec{F}_{1N}}{q_{0\,1\mu C}} \Rightarrow \frac{N}{C}$$

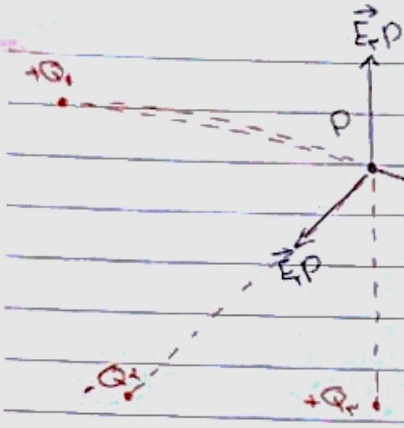








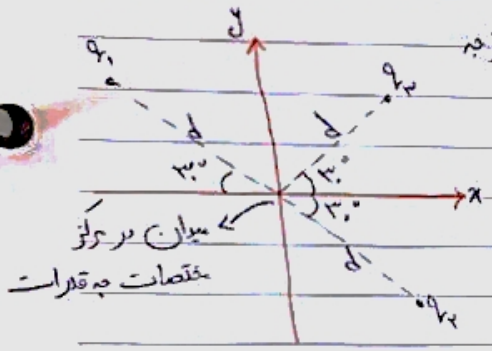
قانون کولن نیز نامیده می‌شود



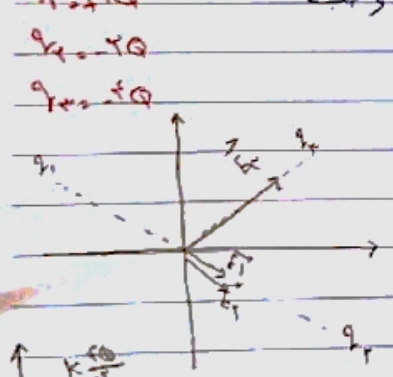
میدان کل در نقطه P $\quad \vec{E}_P = \vec{E}_{1P} + \vec{E}_{2P} + \vec{E}_{3P}$

مثال: هالیدی - Ex

سه بار q_1، q_2، q_3 مطابق شکل با محور x زاویه ۳۰ درجه می‌سازند با توجه به مفروضات بیان شده اندازه‌ی میدان الکتریکی برایند در مرکز مختصات چه قدر است



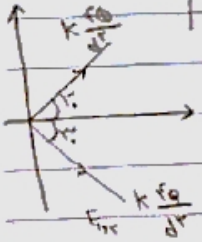
نکته: در رابطه‌ی مربوط به میدان الکتریکی فقط و فقط اندازه بار الکتریکی قرار داده می‌شود و جهت میدان از روی علامت بار q تعیین می‌شود



$$|\vec{E}_1| = k\frac{2Q}{d^2} \qquad |\vec{E}_2| = k\frac{2Q}{d^2} \qquad |\vec{E}_3| = k\frac{4Q}{d^2}$$

$$|\vec{E}_{1,2}| = |\vec{E}_1| + |\vec{E}_2| = k\frac{4Q}{d^2}$$

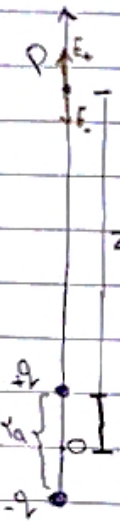
↓ برایند میدان ناشی از بار یک و دو



$$E_{1,2,3} = 2\left(k\frac{4Q}{d^2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow E_{1,2,3} = \sqrt{3}\left[k\frac{4Q}{d^2}\right]$$ میدان برایند

مثال: یک دو قطبی الکتریکی شامل ۲ بار با اندازه‌های مساوی و علامت‌های مختلف به فاصله‌ی مشخص مفروض است الف) میدان الکتریکی روی محور دو قطبی ب) میدان الکتریکی در نقطه‌ای روی عمود منصف محور دو قطبی را بدست آورید

الف)



$$|\vec{E}_+| = k\frac{q}{(z-a)^2} \quad , \quad |\vec{E}_-| = k\frac{q}{(z+a)^2} \quad , \quad |E_{tot}| = E_+ + E_-$$

$$|\vec{E}_{tot}| = |\vec{E}_+| - |\vec{E}_-| = k\frac{q}{(z-a)^2} - k\frac{q}{(z+a)^2}$$

$$\hookrightarrow \frac{q}{z^2\left(1-\frac{a}{z}\right)^2} \qquad \frac{q}{z^2\left(1+\frac{a}{z}\right)^2}$$

$$= kq\left[\frac{1}{z^2\left(1-\frac{a}{z}\right)^2} - \frac{1}{z^2\left(1+\frac{a}{z}\right)^2}\right] = \frac{kq}{z^2}\left[\frac{\left(1+\frac{a^2}{z^2}+\frac{2a}{z}\right)-\left(1+\frac{a^2}{z^2}-\frac{2a}{z}\right)}{\left(1-\frac{a^2}{z^2}\right)^2}\right]$$

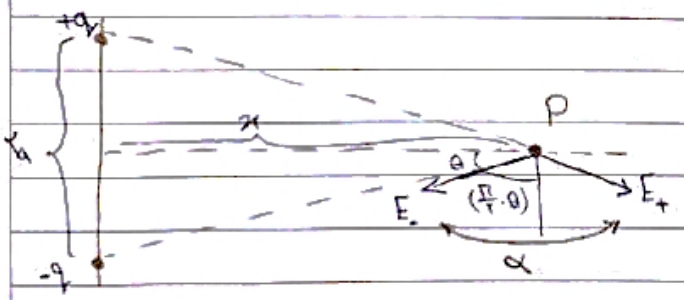
$$= \frac{kq}{z^2}\left[\frac{\frac{4a}{z}}{\left(1-\frac{a^2}{z^2}\right)^2}\right] = \frac{4kqa}{z^3\left(1-\frac{a^2}{z^2}\right)^2} = \frac{2Pk}{z^3\left(1-\frac{a^2}{z^2}\right)^2}$$

P = اندازه بارها × فاصله دوبار $= q \times 2a$

(شاخص دوقطبی الکتریکی)

if $z \gg 2a \Rightarrow z \gg a \Rightarrow \frac{a}{z} \ll 1 \Rightarrow \frac{a^2}{z^2} \to 0$ پس $E_{tot} = \frac{2kP}{z^3}$ در فواصل دور

ب)



$$|E_+| = k\frac{q}{\left(\sqrt{a^2+x^2}\right)^2}$$

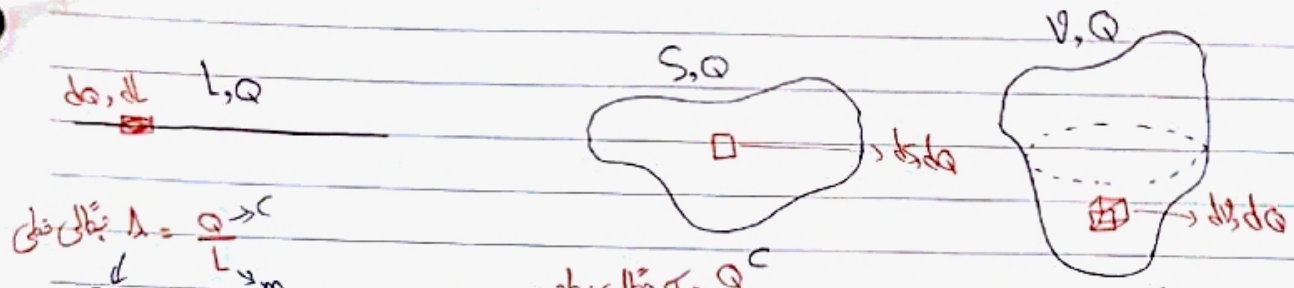
$$|E_-| = k\frac{q}{\left(\sqrt{a^2+x^2}\right)^2}$$

$$E_{tot} = 2|\vec{E}_+|\cos\frac{\alpha}{2} = 2|\vec{E}_+|\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = 2|\vec{E}_+|\sin\theta = 2\left(\frac{kq}{(x^2+a^2)}\right)\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$= \frac{2kqa}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{Pk}{(x^2)^{\frac{3}{2}}\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{Pk}{x^3\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

if $x \gg a \Rightarrow \frac{a^2}{x^2} \ll 1 \Rightarrow \frac{a^2}{x^2} \simeq 0$ در فواصل دور $|E_{tot}| = \frac{Pk}{x^3}$

Subject ..... Date .....

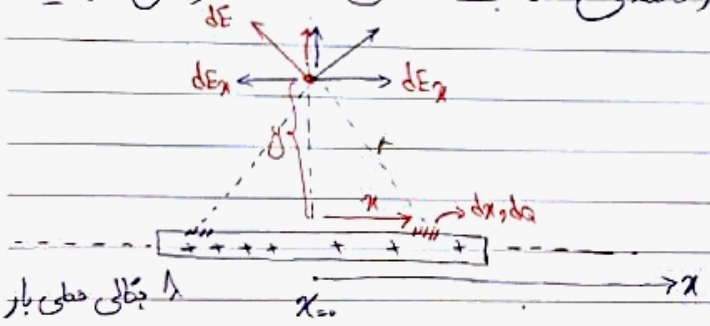


چگالی خطی $\lambda = \frac{Q}{L}$ $\left(\frac{C}{m}\right)$ $\quad dq = \lambda dL$

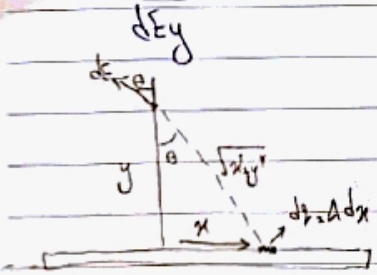
چگالی سطحی $\sigma = \frac{Q}{S}$ $\left(\frac{C}{m^2}\right)$ $\quad dq = \sigma ds$

چگالی حجمی $\rho = \frac{Q}{V}$ $\left(\frac{C}{m^3}\right)$ $\quad dq = \rho dv$

مثال یک میله به طول بی نهایت مفروض است. بار الکتریکی مثبت با چگالی λ به صورت کاملاً یکنواخت بر روی این میله توزیع شده است. در فاصله‌ی ثابت نشان داده شده در شکل از این میله اندازه‌ی میدان الکتریکی را محاسبه نمایید.



$$E_x = \int dE_x = 0 \qquad dE = k\frac{dq}{r^2}$$



$$dE_y = dE\cos\theta = \left(k\frac{dq}{r^2}\right)\cos\theta \Rightarrow dE_y = k\frac{\lambda dx}{(x^2+y^2)}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) = \frac{k\lambda y\, dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_y = \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dE_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(k\lambda y)\,dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

① $\tan\theta = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y\tan\theta \Rightarrow \boxed{dx = y(1+\tan^2\theta)\,d\theta}$

② $x^2+y^2 = y^2\tan^2\theta + y^2 = y^2(1+\tan^2\theta)$

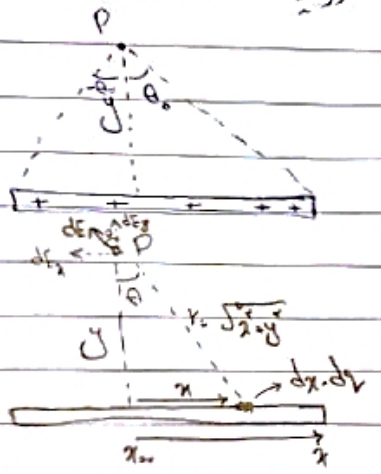
$$\begin{cases} x \to +\infty \Rightarrow \tan\theta = +\infty \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{\pi}{2}} \\ x \to -\infty \Rightarrow \tan\theta = -\infty \Rightarrow \boxed{\theta = -\frac{\pi}{2}} \end{cases}$$

Subject ..... Date .....

$$E_y = k\lambda y \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{y(1+\tan^2\theta)\,d\theta}{y^2(1+\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}} \qquad E_y = \frac{k\lambda}{y}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\theta \Rightarrow E_y = \frac{k\lambda}{y}\sin\theta\Big]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{k\lambda}{y}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] \Rightarrow E_y = \frac{2k\lambda}{y} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y}$$

مثال: میله‌ی نازک و نارسانایی به طول L و چگالی بار مثبت و یک‌نواخت λ در نظر گرفته شده است. میدان الکتریکی در نقطه‌ی نشان داده شده (P) به فاصله‌ی $\frac{L}{2}$ از میله را بدست آورید.



$$dE_y = dE\cos\theta$$

$$dE = k\frac{dq}{r^2} = k\frac{\lambda dx}{r^2} = k\frac{(\lambda dx)}{(x^2+y^2)}$$

$$\cos\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$dE_y = k\frac{(\lambda dx)}{x^2+y^2}\times\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{(k\lambda y)\,dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x = \int dE_x = 0$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{(k\lambda y)\,dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\tan\theta = \frac{x}{y} \Rightarrow x = y\tan\theta \Rightarrow dx = y(1+\tan^2\theta)\,d\theta$$

$$x^2+y^2 = y^2\tan^2\theta + y^2 = y^2(1+\tan^2\theta)$$

$$E_y = (k\lambda y)\int \frac{y(1+\tan^2\theta)\,d\theta}{y^2(1+\tan^2\theta)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_y = (k\lambda y)\int \frac{d\theta}{y^2\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)} = \frac{k\lambda}{y}\int_{-\theta_0}^{+\theta_0}\cos\theta\,d\theta$$

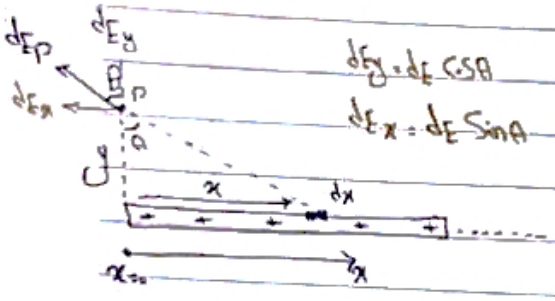
$$E_y = \frac{2k\lambda}{y}\sin\theta\Big|_{-\theta_0}^{+\theta_0} = \frac{k\lambda}{y}\left[\sin\theta_0 - \sin(-\theta_0)\right] = \frac{2k\lambda\sin\theta_0}{y}, \quad \sin\theta_0 = \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{y^2+\frac{L^2}{4}}}$$

$$E_y = \frac{2k\lambda}{y}\times\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{y^2+\frac{L^2}{4}}}$$

Subject ..... Date .....

مثال: میله‌ی نارسانایی از یک سمت محدود شده است. مفروض است بار با ثابت λ در واحد طول یکنواخت

این میله‌ی نارسانا توزیع شده است. میدان الکتریکی را در نقطه‌ی P بدست آورید



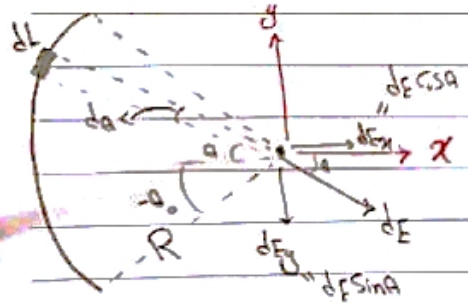
$dE_y = dE\cos\theta$

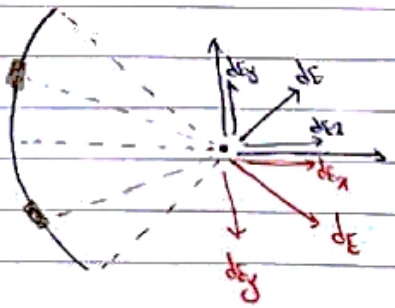
$dE_x = dE\sin\theta$

$E_y = \int dE_y$

$E_x = \int dE_x$

مثال: یک میله‌ی نارسانا با چگالی بار یکنواخت λ مطابق شکل به صورت یک کمان در آمده است. میدان الکتریکی را در مرکز این کمان محاسبه نمایید؟





$E_y = \int dE_y = 0$

$$dE = k\frac{dq}{R^2} = k\frac{\lambda dL}{R^2} = k\lambda\frac{(R d\theta)}{R^2}$$

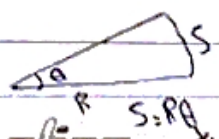
($dL = R d\theta$)

$$dE_x = dE\cos\theta = k\lambda\frac{R d\theta}{R^2}\cos\theta \Rightarrow dE_x = \frac{k\lambda}{R}\cos\theta\, d\theta$$

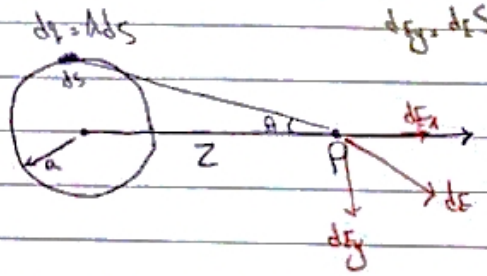
$$E_x = \int dE_x = \int_{-\theta_0}^{+\theta_0} \frac{k\lambda}{R}\cos\theta\, d\theta = \frac{k\lambda}{R}\sin\theta\Big|_{-\theta_0}^{+\theta_0} \Rightarrow E_x = \frac{2k\lambda}{R}\sin\theta_0$$

if $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ $E_y = 0$, $E_x = \frac{2k\lambda}{R}$

if $\theta_0 = \pi$, $\sin\pi = 0$ $\Rightarrow E_x = E_y = 0$



مثال : حلقه‌ای با چگالی بار مثبت و یکنواخت λ مفروض است. میدان را روی نقطه‌ای P روی محور حلقه به فاصله‌ی z از مرکز حلقه بدست آورید



$dE_y = dE \sin\theta$

$E_y = \int dE_y = 0$

$\lambda = \frac{q}{L} \Rightarrow \lambda = \frac{q}{2\pi a} \Rightarrow q = \lambda(2\pi a)$ (بار کل حلقه)

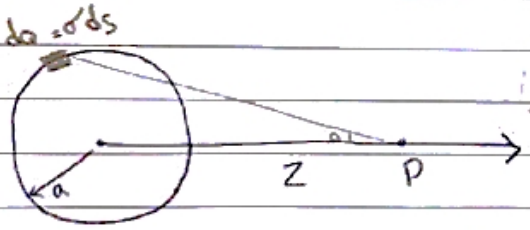
$dE = k\frac{dq}{r^2} = k\frac{dq}{z^2+a^2} = k\frac{\lambda ds}{z^2+a^2}$

$dE_x = dE\cos\theta = k\frac{\lambda ds}{z^2+a^2} \times \frac{z}{\sqrt{z^2+a^2}} = \frac{(k\lambda z)ds}{(z^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$

$E_x = \int dE_x = \frac{k\lambda z}{(z^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi a} ds = \frac{k\lambda z (2\pi a)}{(z^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$

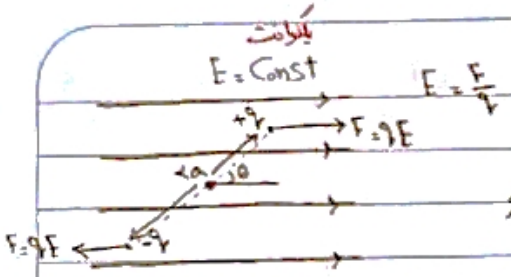
$E_x = \frac{kzq}{(z^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$

مثال : یک دیسک دایره‌ای با چگالی بار یکنواخت σ (سیگما) مفروض است. میدان الکتریکی را در نقطه‌ای P روی محور دیسک و در فاصله‌ی z از مرکز آن بدست آورید

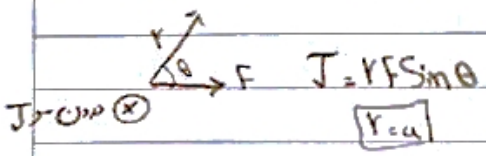


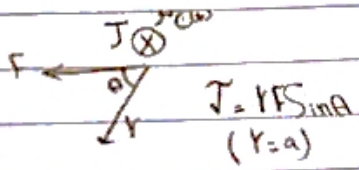
Subject ..... Date .....

دو قطبی الکتریکی در میدان یکنواخت خارجی:



گشتاور نیرو $\vec{T} = \vec{r} \times \vec{F}$ $|T| = rF\sin\theta$





$\Rightarrow T = aF\sin\theta + aF\sin\theta = 2aF\sin\theta \xrightarrow{F=qE} 2aqE\sin\theta \Rightarrow T = PE\sin\theta \Rightarrow \vec{T} = \vec{P} \times \vec{E}$

P گشتاور دوقطبی الکتریکی

$\Delta U = W$ کاروری بایستار $\Rightarrow \Delta U = W = \int T\,d\theta \Rightarrow \Delta U = \int_{\theta_0}^{\theta} PE\sin\theta\,d\theta \Rightarrow \Delta U = PE\left[-\cos\theta\right]_{\theta_0}^{\theta}$

$\Rightarrow \Delta U = U_f - U_i = -(PE\cos\theta - PE\cos\theta_0) \Rightarrow U = -PE\cos\theta \Rightarrow U = -\vec{P}\cdot\vec{E}$

انرژی پتانسیل یک دوقطبی در میدان خارجی

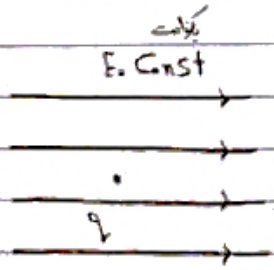
① $\theta = 0$ $U = -PE$ تعادل پایدار — کمترین انرژی پتانسیل

② $\theta = 90$ $U = 0$

③ $\theta = 180$ $U = +PE$ تعادل ناپایدار — بالاترین انرژی پتانسیل

حرکت ذره در میدان الکتریکی یکنواخت

اگر بار الکتریکی q در میدان الکتریکی یکنواخت قرار گیرد در این صورت یک شتاب ثابت دارد. اگر بار مثبت باشد شتاب در راستای میدان، و اگر بار منفی باشد شتاب در خلاف جهت میدان



$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

Subject ..... Date .....

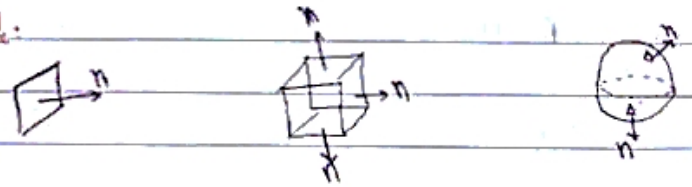
هفته سه

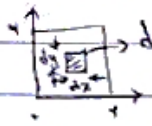
مثال: دو صفحه‌ی فلزی با بارهای مخالف در فاصله‌ی ثابت از یکدیگر قرار دارند. یکبار این دو صفحه در حالت اول و یکبار در حالت دوم قرار دارند. در هر یک از این دو حالت یک بار الکترون مثبت در فضای بین آن ها قرار می دهیم شتاب حرکت، جابجایی، سرعت و انرژی جنبشی را محاسبه نمایید

فصل ۹:

- شار الکتریکی و قانون گاوس

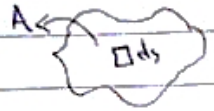
یادآوری:





$$ds = dx\,dy = 2 \times 2 = 4$$

$$\int ds = \iint dx\,dy = \int_0^2 dx \int_0^2 dy \quad \Big\} \int ds = A \text{ مساحت}$$



$$A = \int ds$$

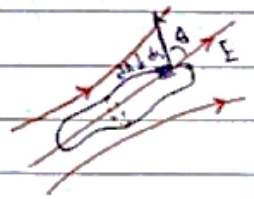


$$A = \int ds = \pi r^2$$



$$\vec{ds} = n \cdot ds$$

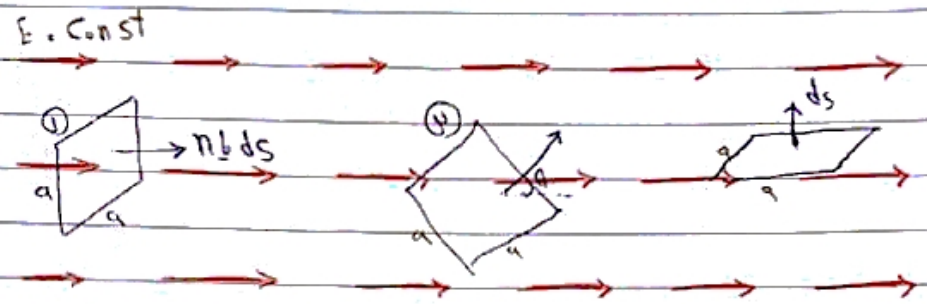
شار الکتریکی :



$d\varphi_E = |n|\,ds\,|E|\cos\theta \xrightarrow{n\cdot ds = \vec{ds}} d\varphi_E = \vec{ds}\cdot\vec{E}$

$d\varphi_E$: شار عبوری از المان سطح (ds)

$d\varphi_E$: $\frac{N\cdot m^2}{C}$ ، $\vec{ds}$: m^2 ، $\vec{E}$: $\frac{N}{C}$



① $\theta = 0$

$d\varphi_E = \vec{E}\cdot\vec{ds} = E\,ds\cos\theta$

$\varphi_E = \int d\varphi_E = \int E\,ds = E\int ds = Ea^2$

$\boxed{\varphi_E = Ea^2}$

② $d\varphi_E = \vec{E}\cdot\vec{ds} = E\,ds\cos\theta$

$\varphi_E = E\cos\theta\int ds = Ea^2\cos\theta$

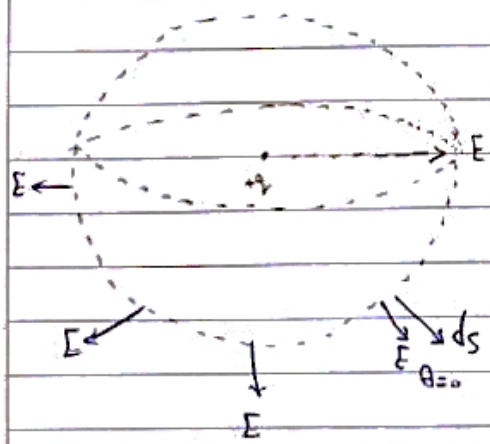
$\boxed{\varphi_E = Ea^2\cos\theta}$

③ $\theta = 90^\circ$

$d\varphi_E = \vec{E}\cdot\vec{ds} = E\,ds\cos 90^\circ$

$\boxed{\varphi_E = 0}$

تعریف شار الکتریکی : $\varphi_E = \int \vec{E}\cdot\vec{ds}$

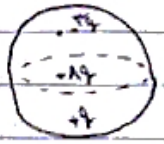


$\varphi_E = \int \vec{E}\cdot\vec{ds} = \int E\,ds\cos 0 = E\int ds$

$\varphi_E = E(4\pi r^2) = \frac{kq}{r^2}(4\pi r^2) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot 4\pi r^2$

$\boxed{\varphi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}}$ ← بار خالص درون سطح

شار عبوری از یک سطح بسته



$\varphi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{+4q}{\varepsilon_0} > 0$



$\varphi_E = \frac{-2q}{\varepsilon_0} < 0$

Subject ..... Date .....

- اگر یک سطح بسته با شکل دلخواه مفروض باشد. در این صورت شار خالص عبوری از آن برابر است با نسبت بار خالص درون این سطح به ضریب الکتریکی گذردهی خلاء (ε_0)

قانون گاوس:

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

از قانون گاوس زمانی استفاده می کنیم که میدان الکتریکی دارای تقارن باشد.

برای حل مسائل با روش گاوس نکات زیر را رعایت می کنیم

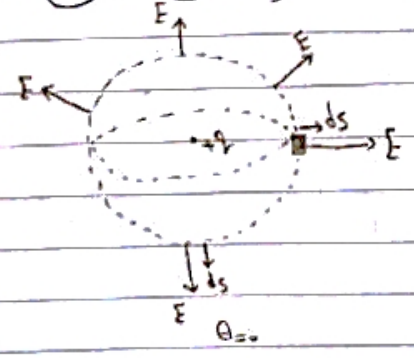
۱) انتخاب یک سطح فرضی بستهی کروی یا استوانهای. اگر بار به شکل نقطهای، کرهی توپر یا توخالی باشد از یک سطح کروی استفاده می کنیم و اگر بار به صورت میله یا ورقهی باردار به طول نامحدود باشد از سطح استوانهای استفاده می کنیم

۲) تعیین زاویهی بین خطوط میدان و خط عمود بر سطح

۳) تعیین بار خالصی که درون سطح گاوس قرار گرفته است

حل مثال:

۱) میدان الکتریکی ناشی از بار q در فاصلهی r از این بار نقطهای با استفاده از قانون گاوس

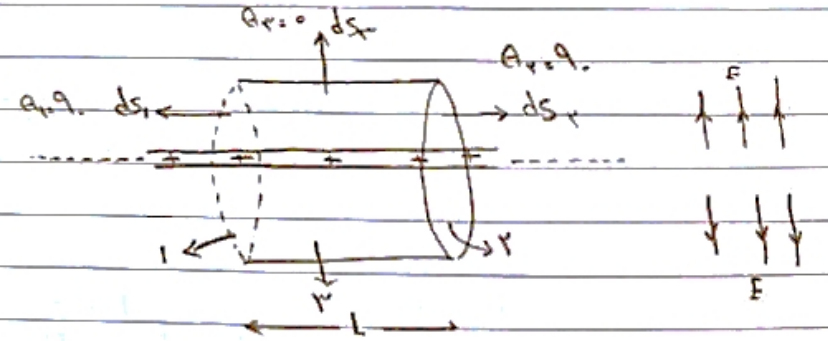


$$\int \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int E\, ds \cos\theta = \frac{+q}{\varepsilon_0}$$

$$E \int ds = \frac{+q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

۲) یک میله‌ی باردار به طول بی‌نهایت و چگالی λ که به صورت یکنواخت فرض شده است در نظر بگیرید. میدان الکتریکی اطراف این میله را با استفاده از قانون گاوس بدست آورید



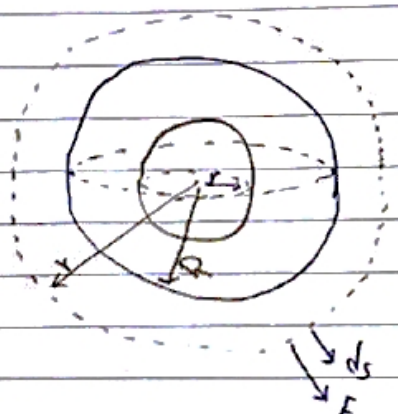
$$\Phi_E = \int \vec{E}\cdot\vec{ds} = \int_1 \vec{E}\cdot\vec{ds_1} + \int_2 \vec{E}\cdot ds_2 + \int_3 \vec{E}\cdot\vec{ds_3}$$

$$= \int E\,ds_1 \cos 90^\circ + \int_2 E\,ds_2 \cos 90^\circ + \int_3 E\,ds_3 \cos 0^\circ = \int_3 E\,ds_3 = E\int ds_3 = E(2\pi r)L$$

$$\Phi_E = E(2\pi r)L \qquad \Phi_E = \int \vec{E}\cdot ds = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(2\pi r)L = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}}$$

نکته: نحوه‌ی توزیع (پراکندگی) بار الکتریکی در یک رسانا. هنگامی که به یک سطح یا حجم کروی بار الکتریکی داده می‌شود این بارها بعد از گذشت زمان بسیار کوتاهی بر روی سطح این رسانا توزیع می‌شود

۳) یک کره‌ی رسانا با چگالی سطحی بار σ مفروض است. میدان الکتریکی در داخل و خارج این کره به شعاع R چقدر است



ناحیه‌ی I درون کره $r<R$ $\quad \Phi_E = \int \vec{E}\cdot\vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_{in} = 0}$

ناحیه‌ی II خارج کره $r>R$ $\quad \Phi_E = \int \vec{E}\cdot\vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$ $\qquad q = \sigma A = \boxed{\sigma 4\pi R^2}$

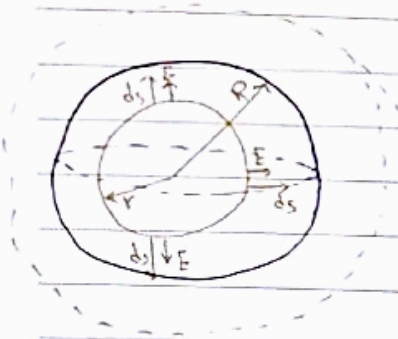
$$\int E\,ds\cos 0^\circ$$

$$\int E\,ds = E\int ds$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{(4\pi R^2)\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_{out} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}}$$

Subject ..... Date .....

۴) یک کره‌ی نارسانا مفروض است. بار q به طور یکنواخت در حجم این کره توزیع شده است. میدان الکتریکی در داخل و خارج این کره‌ی نارسانا چه‌قدر است؟



$$\oint \vec{E}\cdot\vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

I: $r<R$ (داخل کره نارسانا) $\rightarrow \oint E\,ds\,\underbrace{\cos 0}_{1} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$

$\rightarrow E\oint ds = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{Qr^3}{\varepsilon_0 R^3}$

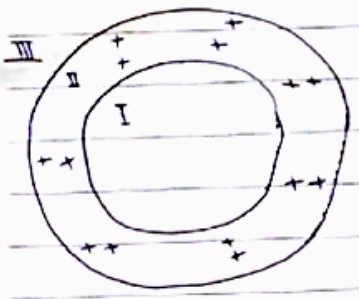
$\Rightarrow E_{in} = \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$

$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$q_{in} = \rho V = \left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)\times\underbrace{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}_{\text{حجم کره‌ی کوچک}}$

II: $r>R \rightarrow \oint E\,ds\cos 0 = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E\oint ds = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_{out} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

۵) * یک پوسته‌ی نارسانای کروی با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b مفروض است. بار Q به طور یکنواخت در حجم این پوسته توزیع شده است. با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی را در نواحی مختلف فضا بدست آورید.



$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(b^3-a^3)}$$

ناحیه‌ی III: $r>R$ داخل $\varepsilon_0\oint E\,dA = q_{\text{داخل}}$

$\varepsilon_0\oint E\,dA\cos 0 = q$

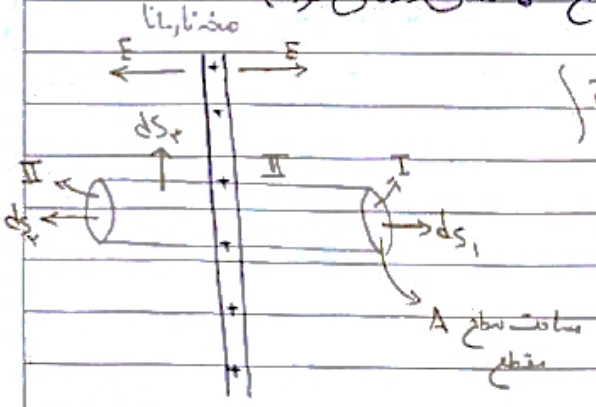
$\varepsilon_0 E\oint dA = q$

$\varepsilon_0 E(4\pi r^2) = q \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$

ناحیه‌ی II: $r<R$ $\varepsilon_0\oint E\,dA = q_{\text{داخل}} = 0$

$E = 0$

۶) یک صفحه‌ی عایق با ابعاد بسیار بزرگ مفروض است. بار الکتریکی مثبت بر روی این صفحه به صورت یکنواخت توزیع شده است. با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی را در دو سمت این صفحه محاسبه نمایید (چگالی بار روی این سطح σ نشان داده می‌شود)



$$\oint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

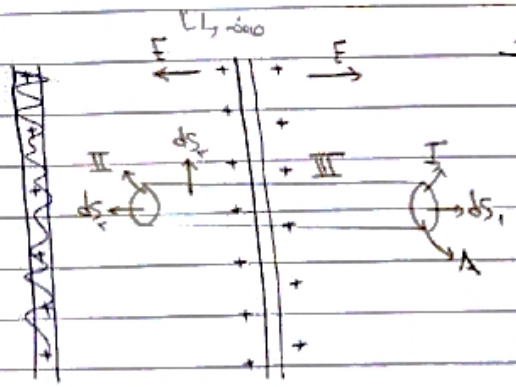
$$\Rightarrow \int_I \vec{E}\,\vec{ds_1} + \int_{II} \vec{E}\,\vec{ds_2} + \int_{III} \vec{E}\,\vec{ds_3} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \int_I E\,ds\cos 0 + \int_{II} E\,ds\cos 0 + \int_{III} E\,ds\cos 90 = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\sigma = \frac{Q}{S}$$

$$\Rightarrow E\int_I ds + E\int_{II} ds = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow EA + EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \Rightarrow 2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0} \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

۷) یک صفحه‌ی رسانا با ابعاد بی نهایت مفروض است. بار الکتریکی مثبت به طور یکنواخت توزیع شده است. به طوری که چگالی بار σ (ثابت) می‌باشد. میدان بر روی سطح این رسانا به طوری که (ثابت) می‌باشد میدان الکتریکی در دو سوی این صفحه‌ی فلزی چه قدر است



$$\oint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

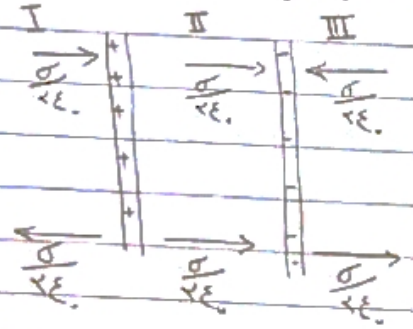
$$\Rightarrow \int_I E\,ds + \int_{II} E\,ds + \int_{III} E\,ds\cos 90 = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{2\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$EA + EA + 0 = \frac{2\sigma A}{\varepsilon_0} = 2EA = \frac{2\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Subject ..... Date .....

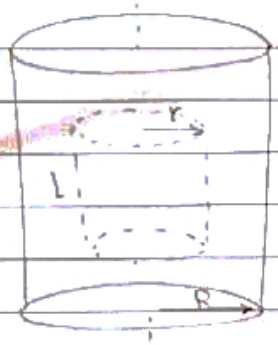
۸) دو صفحه‌ی نارسانا در فاصله‌ی D از یکدیگر مفروض هستند. بر روی یکی از صفحات بار مثبت و بر روی صفحه‌ی دیگر بار منفی به طور یکنواخت توزیع شده است. اگر اندازه‌ی چگالی بار روی هر دو صفحه یکسان باشد اندازه‌ی میدان الکتریکی در نقاط مختلف فضا چه‌قدر است



$E_I = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ $E_{II} = 0$

$E_{III} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

۹) یک استوانه‌ی عایق با چگالی بار واحد حجمی ρ و شعاع R مفروض است. میدان الکتریکی در درون و بیرون این استوانه چه‌قدر است. مثلا را با استفاده از قانون گاوس حل کنید



ρ چگالی

فصل ۲۰

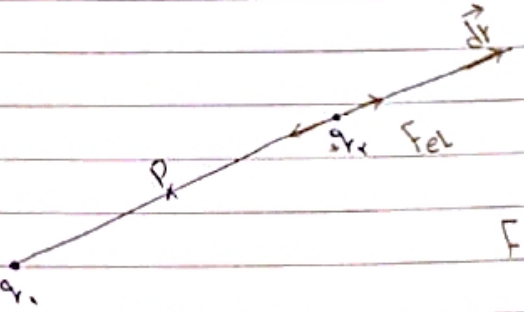
انرژی پتانسیل و انرژی پتانسیل الکتریکی:

$\Delta U = W$ ← تغییرات انرژی پتانسیل

↓ کار نیروی پایستار

$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{L}$



$|F_{el}| = k\frac{|q_0 q|}{r^2}$

$F_0 = F_{el}$

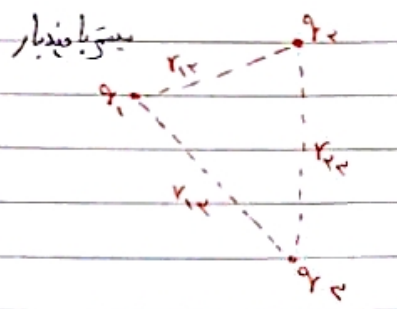
$$W = \int_{+\infty}^{R} \vec{F} \cdot \vec{dr} = \int_{+\infty}^{R} -\vec{F}_{el} \cdot \vec{dr} = \int_{R}^{\infty} \vec{F}_{el} \cdot \vec{dr} = \int_{R}^{\infty} F_{el}\, dr \cos 0$$

$$= \int_{R}^{\infty} k\frac{|q_0 q|}{r^2} dr = k|q_0 q| \int_{R}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = (k|q_0 q|)\left(\frac{-1}{r}\right)\Big|_{R}^{\infty}$$

$$W = k|q_0 q|\left(\frac{-1}{\infty} - \frac{-1}{R}\right) \Rightarrow \boxed{W = \frac{|q_0 q|}{4\pi\varepsilon_0 R}} \qquad \boxed{U = \frac{|q_0 q|}{4\pi\varepsilon_0 R}}$$

در رابطه‌ی فوق بارهای الکتریکی با علامتشان در نظر گرفته می‌شوند. یعنی علاوه بر مقدار، مثبت یا منفی بودن بار مورد توجه قرار می‌گیرد. ادامه

- اگر تعداد زیادی بار وجود داشته باشد. انرژی پتانسیل کل برابر است با مجموع انرژی های پتانسیل بین هر دو بار

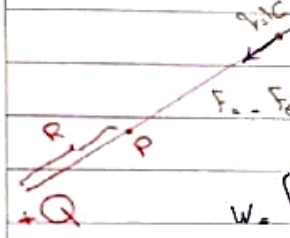


$$U = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k\frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی $U = k\frac{q_1 q_2}{R}$

پتانسیل الکتریکی :

کار لازم برای انتقال واحد بار الکتریکی از بی نهایت به یک نقطه‌ی مورد نظر را پتانسیل الکتریکی می گویند



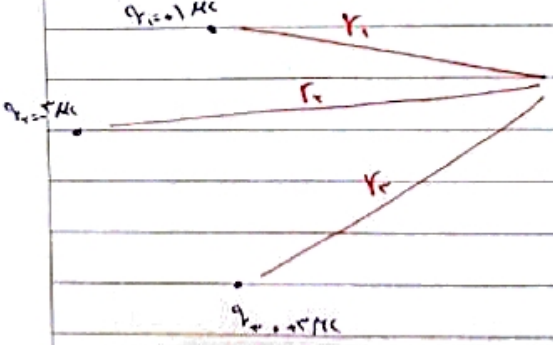
$$r = \int_{\infty}^{R} \vec{E}.\vec{dr} = -\int_{R}^{\infty} \vec{E}.\vec{dr}$$

$$W = \int_{\infty}^{R} \vec{F}.\vec{dr} = \int_{\infty}^{R} -\vec{F_{el}}.\vec{dr} = \int_{R}^{\infty} F_{el}\,dr\,\cos 0 = \int_{R}^{\infty} F_{el}\,dr = \int_{R}^{\infty} k\frac{Q}{r^2}dr$$

$$= kQ\int_{R}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = kQ\frac{-1}{r}\Big|_{R}^{\infty} = kQ\left(\frac{-1}{\infty} - \frac{1}{R}\right) = k\frac{Q}{R}$$

$$V = k\frac{Q}{R}$$ پتانسیل الکتریکی

پتانسیل الکتریکی یک کمیت اسکالر است بنابراین اندازه‌ی بار الکتریکی در رابطه مربوط به آن با علامت (مثبت و منفی) در نظر گرفته می شود. اگر چند بار نقطه‌ای در فضا وجود داشته باشد پتانسیل الکتریکی در یک نقطه‌ی دلخواه از فضا برابر است با مجموع انرژی ناشی از تک تک بارها در آن نقطه



V_P کل

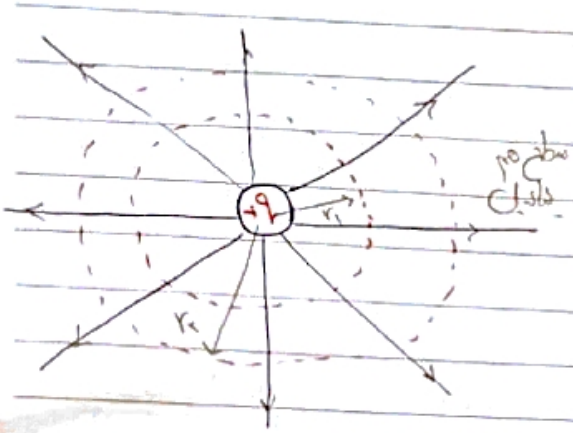
$$\begin{cases} V_1 = \frac{k(+1\times10^{-6})}{r_1} \\ V_2 = \frac{k(-3\times10^{-6})}{r_2} \\ V_3 = \frac{k(+3\times10^{-6})}{r_3} \end{cases}$$

$$V_P = V_1 + V_2 + V_3$$

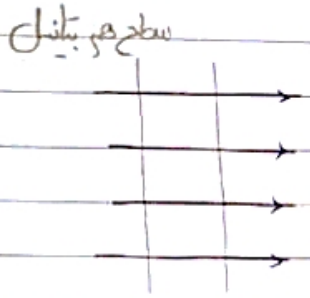
سطح هم پتانسیل :

مکان هندسی تمام نقاطی که برای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند را سطح هم پتانسیل می نامند.

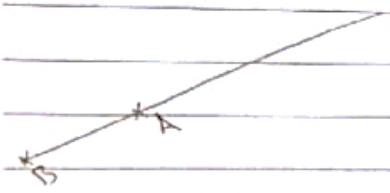
همواره سطح هم پتانسیل بر خطوط میدان الکتریکی عمود است



$$V = k\frac{+q}{r}$$



کار لازم برای جابه جا کردن بار الکتریکی بر روی یک سطح هم پتانسیل صفر است



$$V_A = -\int_{\infty}^{A} \vec{E}.\vec{dr}$$

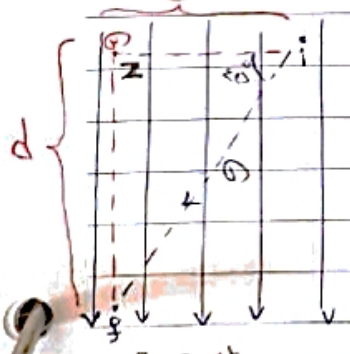
$$V_B = -\int_{\infty}^{B} \vec{E}.\vec{dr}$$

$$V_A - V_B = -\int_{\infty}^{A} \vec{E}.\vec{dr} + \int_{\infty}^{B} \vec{E}.\vec{dr}$$

$$V_A - V_B = +\int_{\infty}^{B} \vec{E}.\vec{dr} - \int_{\infty}^{A} \vec{E}.\vec{dr}$$

$$V_A - V_B = +\int_{A}^{B} \vec{E}.\vec{dr} \Rightarrow \boxed{V_B - V_A = -\int_{A}^{B} \vec{E}.\vec{dr}}$$

مثال: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی i و f چقدر است با یکبار از مسیر ① و بار دیگر از مسیر ② استفاده کنید



① $V_f - V_i = \int_i^f \vec{E}.\vec{dL} = \int_i^f E\,dL\cos 0 = \frac{E}{2\pi}\underbrace{\int_i^f \frac{dL}{2\pi}}_{d} = \boxed{Ed}$

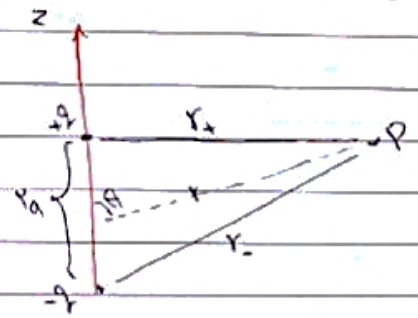
② $(V_f - V_z) + (V_z - V_i) \rightarrow \int_z^f \vec{E}.\vec{dL} + \int_i^z \vec{E}.\vec{dL}$

$$= \int_z^f E\,dL\cos 0 + \int_i^z E\,dL\cos 90 = \int_z^f E\,dL = E\int_z^f dL = \boxed{Ed}$$

مطالب فوق نشان می دهد که اختلاف پتانسیل بین دو نقطه مستقل از مسیر طی شده برای رسیدن از نقطه‌ی اول به نقطه‌ی دوم است. به عبارت دیگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه به هیچ وجه به مسیر طی شده وابسته نیست

مثال: یک دوقطبی الکتریکی شامل دو بار با اندازه های یکسان و علامت های مختلف مفروض است. پتانسیل الکتریکی این دوقطبی در نقطه‌ای P هم قدر است با اگر فاصله‌ی نقطه‌ای P نسبت به فاصله‌ی دوبار زیاد باشد پتانسیل الکتریکی به چه شکل درخواهد آمد

حالدی ترین خانه



مثال: بار کل Q روی یک پوسته رسانای کروی پخش شده است

الف، با استفاده از قانون گاوس میدان را در نواحی مختلف فضا بدست آورید

ب، پتانسیل در داخل یا خارج کره بر حسب فاصله از مرکز کره را بدست آورید

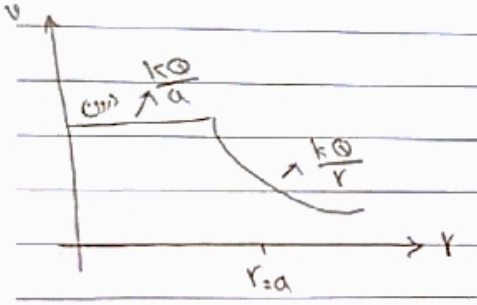
$$V = -\int_{\infty}^{R} \vec{E}.\vec{dr}$$



$$V_{out} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}.\vec{dr} = -\int_{\infty}^{r} \frac{kQ}{r^2}dr = kQ\int_{r}^{\infty}\frac{dr}{r^2} = kQ\frac{-1}{r}\Big|_{r}^{\infty}$$

$$= kQ\left[\frac{-1}{\infty} - \frac{-1}{r}\right] = k\frac{Q}{r} \qquad \boxed{V_{out} = k\frac{Q}{r}}$$

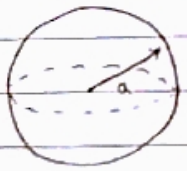
$$V_{in} = -\int_{\infty}^{a} \vec{E}_{out}\vec{dr} - \int_{a}^{r} \vec{E}_{in}\vec{dr} = -\int_{\infty}^{a} k\frac{Q}{r^2}dr = \frac{kQ}{a} \qquad \boxed{V_{in} = k\frac{Q}{a}}$$



مثال: بار الکتریکی Q به طور یکنواخت در حجم کره‌ای به شعاع a توزیع شده است

الف، اندازه‌ی میدان الکتریکی در داخل و خارج این کره چه قدر است

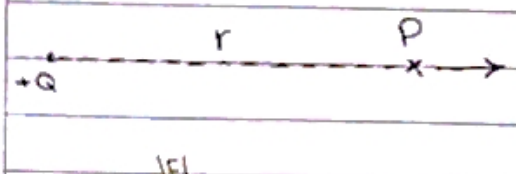
ب، اندازه‌ی پتانسیل الکتریکی در داخل و خارج این کره چه قدر است



$$|E| = \begin{cases} \frac{kQ}{r^2} & r > a \\ \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 a^3} & r < a \end{cases}$$

$$\text{ب} \rightarrow V(r) = \begin{cases} \frac{kQ}{r} & r > a \\ kQ\left(\frac{3a^2 - r^2}{2a^3}\right) & r < a \end{cases}$$

محاسبه میدان الکتریکی با استفاده از پتانسیل الکتریکی:



$$\begin{cases} |E| = k\frac{Q}{r^2} \\ V = k\frac{Q}{r} \end{cases}$$

$$\frac{dV}{dr} = -\left(k\frac{Q}{r^2}\right) \Rightarrow |E| = -\frac{dV}{dr}$$

مختصات دکارتی ←

$$\vec{E} = \left(-\frac{dV}{dx}\right)\vec{i} - \left(\frac{dV}{dy}\right)\vec{j} - \left(\frac{dV}{dz}\right)\vec{k}$$

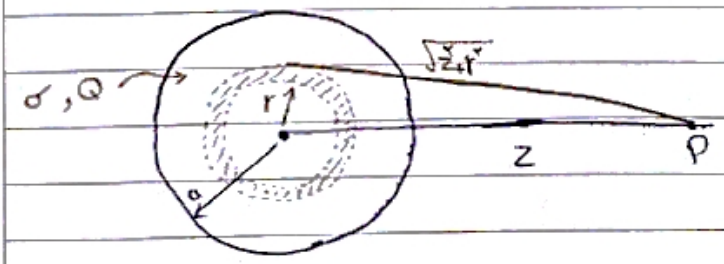
E_x E_y E_z

مثال: $V_{(r)} = x^2 + xy + z^3$

$E = ?$ $\quad P_{(1,2,1)}$

$$E = -(2x+y)\vec{i} - (x)\vec{j} - (3z^2)\vec{k} \xrightarrow{P_{(1,2,1)}} E = -4\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}\ \left(\frac{N}{C}\right)$$

مثال: یک قرص دایروی به شعاع a مفروض است. بار Q به طور یکنواخت روی سطح این قرص توزیع شده است. الف) پتانسیل الکتریکی روی نقطه‌ای روی محور این قرص ب) میدان الکتریکی در نقطه‌ای که ذکر شده چقدر است؟



$$\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow dq = \sigma\, ds = \sigma(2\pi r)\,dr$$

بار آن

مساحت حلقه

$2\pi r$

$$dV = k\frac{dq}{r} = k\frac{\sigma(2\pi r)\,dr}{\sqrt{r^2+z^2}} \Rightarrow V = \int dV = \int_{r=0}^{a} k\frac{\sigma(2\pi r)\,dr}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

یادآوری

$V = k\frac{Q}{r}$

$dV = k\frac{dq}{r}$

$$\Rightarrow k\sigma\pi\int_0^a 2r(r^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\,dr \Rightarrow k\sigma\pi\int u^{-\frac{1}{2}}\,du = k\sigma\pi\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}$$

$u = r^2+z^2$

$du = 2r\,dr$

$$= 2k\pi\sigma\sqrt{u} = 2k\pi\sigma(r^2+z^2)^{\frac{1}{2}}\Big|_{r=0}^{r=a}$$

$$\Rightarrow V = 2k\pi\sigma\left[\sqrt{a^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right]$$

ب) $E = -\frac{dV}{dz} = -2k\pi\sigma\left[\frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} - 1\right]$

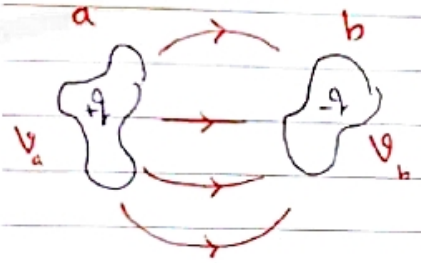
clips

فصل ۲۱

خازن :

برای تولید میدان الکتریکی از وسیله‌ای به نام خازن استفاده می‌کنیم. علاوه بر این می‌توان برای ذخیره‌ی انرژی و بار الکتریکی از آن استفاده کرد. معمولاً نسبت بار الکتریکی ذخیره شده روی یکی از صفحات خازن به اختلاف پتانسیل دو صفحه خازن را ظرفیت خازن می‌نامند.

باید توجه داشت که ظرفیت خازن فقط و فقط به مشخصات ساختمانی و هندسی خازن وابسته هست



$$V = V_b - V_a$$

$$C = \frac{q}{V}$$ ظرفیت خازن

q: باری صفحات خازن در هر

V: اختلاف پتانسیل دو صفحه

واحد C: فاراد

$$\text{فاراد} = \frac{\text{کولن}}{\text{ولت}}$$

$۱\ \text{فاراد} = ۱$

$۴\ \mu F \xrightarrow{\times 10^{-6}} F$

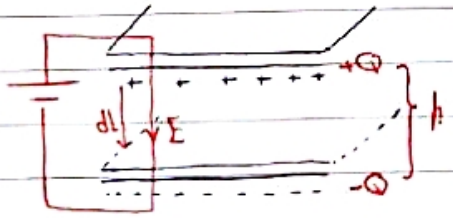
$۴۷\ nF \xrightarrow{\times 10^{-9}} F$

$۴۷\ pF \xrightarrow{\times 10^{-12}} F$

کاربرد خازن:
- تولید میدان الکتریکی
- ذخیره بار الکتریکی
- ذخیره انرژی الکتریکی

محاسبه ظرفیت خازن :

۱. خازن مسطح



$$V_{(+)} - V_{(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_{(+)}^{(-)} E\,dl\cos 0$$

$$= E\int_{(+)}^{(-)} dl$$

$$V_{(+)} - V_{(-)} = Eh = \frac{\sigma h}{\epsilon_0} = \frac{Qh}{A\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \qquad \sigma = \frac{Q}{A}$$ (چگالی بار)

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Qh}{A\epsilon_0}} = \epsilon_0 \frac{A}{h}$$

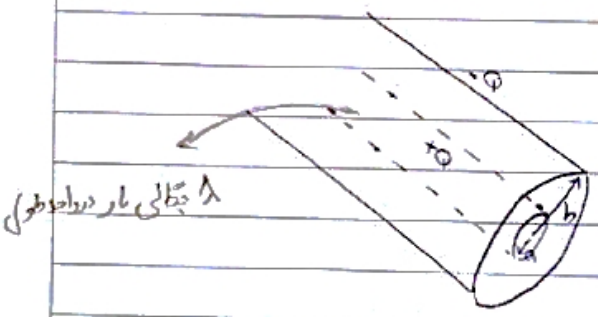
$$C = \epsilon \frac{A}{h}$$

A: مساحت صفحه

h: فاصله دو صفحه

فازن استوانه‌ای ۲۰

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \left(\frac{\text{نیوتن}}{\text{کولن}}\right)$$



$$V_{(+)} - V_{(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \vec{E}\,\vec{dr} = \int_{(+)}^{(-)} E\,dr$$

$$= \int_{(+)}^{(-)} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r\Big|_{r=a}^{r=b}$$

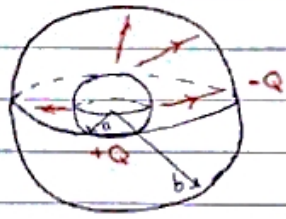
$$V_{(+)} - V_{(-)} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 Q}{\lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

خازن کروی:

خازن کروی از دو پوسته رسانای کروی هم مرکز تشکیل شده است.



$$V_{(+)} - V_{(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad E\,dr\cos 0^\circ$$

$$V_{(+)} - V_{(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr \Rightarrow \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r=a}^{r=b} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-1}{r}\right)\Big|_a^b$$

برفضای بین پوسته $E = k\frac{Q}{r^2}$ $(a<r<b)$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-1}{b} - \frac{-1}{a}\right) \Rightarrow V_{(+)} - V_{(-)} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right.$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right)} \Rightarrow \boxed{C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}}$$

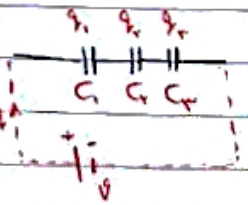
$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b\left(1-\frac{a}{b}\right)} = 4\pi\varepsilon_0 a$$

if $b \to \infty$

ترکیب خازن ها:

- سری یا متوالی
- موازی

سری



$$Q_{کل} = q_1 = q_2 = q_3$$

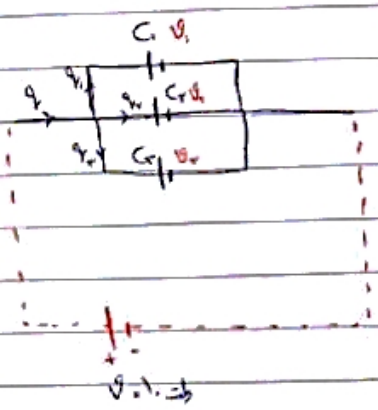
$$V_{کل} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_{کل} = \frac{Q_{کل}}{C_{eq}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3}$$

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

ظرفیت معادل $\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$

موازی



$$Q_{کل} = q_1 + q_2 + q_3$$

$$V_{کل} = V_1 = V_2 = V_3$$

$$C_{eq} = \frac{q}{V}$$

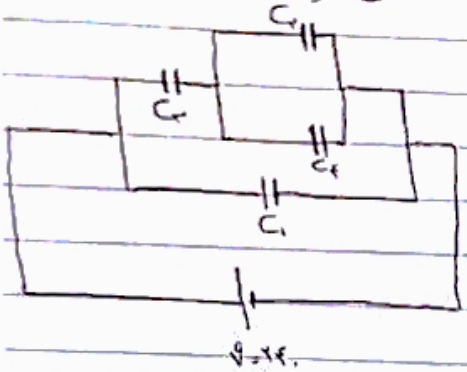
$$C_{eq}V_{ab} = C_1V_1 + C_2V_2 + C_3V_3$$

$$V_{ab}(C_1 + C_2 + C_3)$$

ظرفیت معادل $\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3}$

Subject ..... Date .....

مثال : در هر یک از مدارهای زیر ظرفیت معادل کل بستر و بار ذخیره شده روی هر خازن را محاسبه نمایید

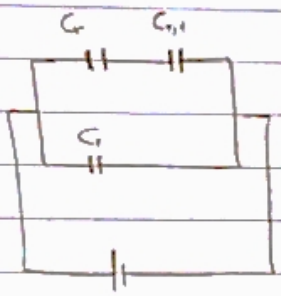


$C_1 = 10\,\mu F$

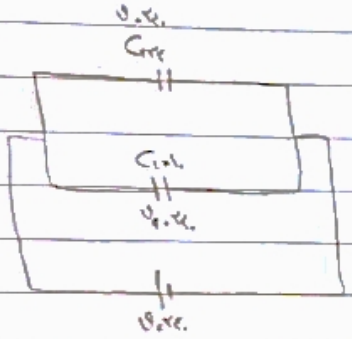
$C_2 = 20\,\mu F$

$C_3 = 30\,\mu F$

$C_4 = 40\,\mu F$

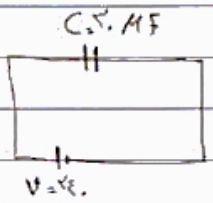


$C_2 C_4 = C_{24} = 20 + 40 = 60\,\mu F$



$\frac{1}{C_{24}} = \frac{1}{C_{24}} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{60} + \frac{1}{30} = \frac{3}{60}$ $\quad C_{24} = 20\,\mu F$

$C = C_1 + C_{24} = 10 + 20 = 30\,\mu F$



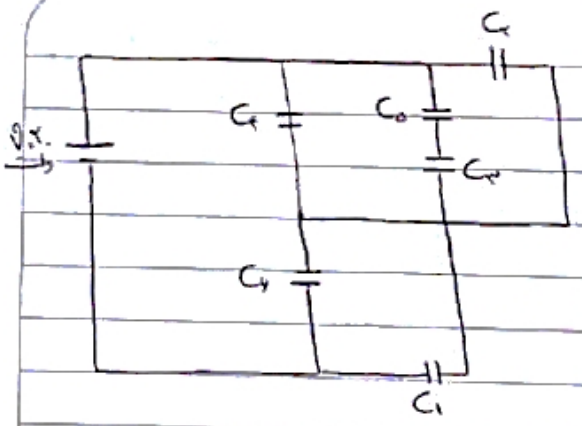
$Q = CV = (30\,\mu F)(240\,V) = 7200\,\mu C$

$Q_1 = C_1 V_1 = (10\,\mu F)(240\,V) = 2400\,\mu C$

$Q_{24} = C_{24} V = (20\,\mu F)(240\,V) = 4800\,\mu C$

$Q_2 = 4800\,\mu C$

$Q_4 = 4800\,\mu C$



$C_1 = C_3 = 2\,\mu F$

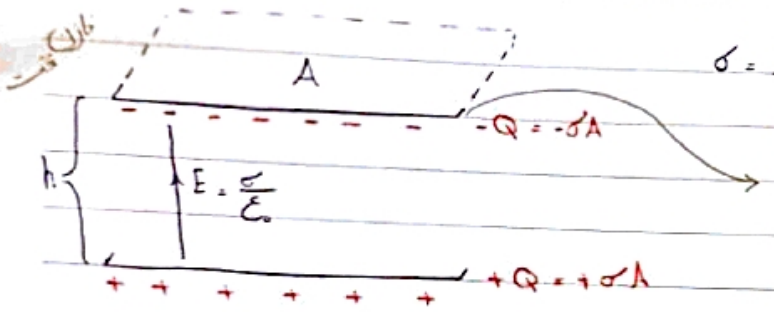
$C_2 = 2\,\mu F$

$C_4 = C_5 = 4\,\mu F$

$C_6 = 4\,\mu F$

Subject ..... Date .....

انرژی ذخیره شده در خازن :



$$V_{(+)} - V_{(-)} = \int_{(-)}^{(+)} E\,dl = E\int_0^h dl = Eh$$

$$E = \frac{F}{q} \Rightarrow F = Eq = \left[\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)\frac{1}{2}\right]Q = \frac{1}{2}Q\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{1}{2}QE$$

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = \frac{1}{2}QEx = \frac{1}{2}(\sigma A)Ex\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0} \Rightarrow W = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2(xA)$$

چگالی انرژی الکتریکی

$$u = \frac{W}{\text{حجم}V} = \frac{(\frac{1}{2}\epsilon_0 E^2)(xA)}{(xA)} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

انرژی بین صفحات خازن چگونه است

$$u = \int \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2\,d\theta = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)^2\int d\theta \Rightarrow u = \frac{1}{2}\epsilon_0\frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2}Ah = \frac{1}{2}\frac{\sigma}{\epsilon_0}(\sigma A)h$$

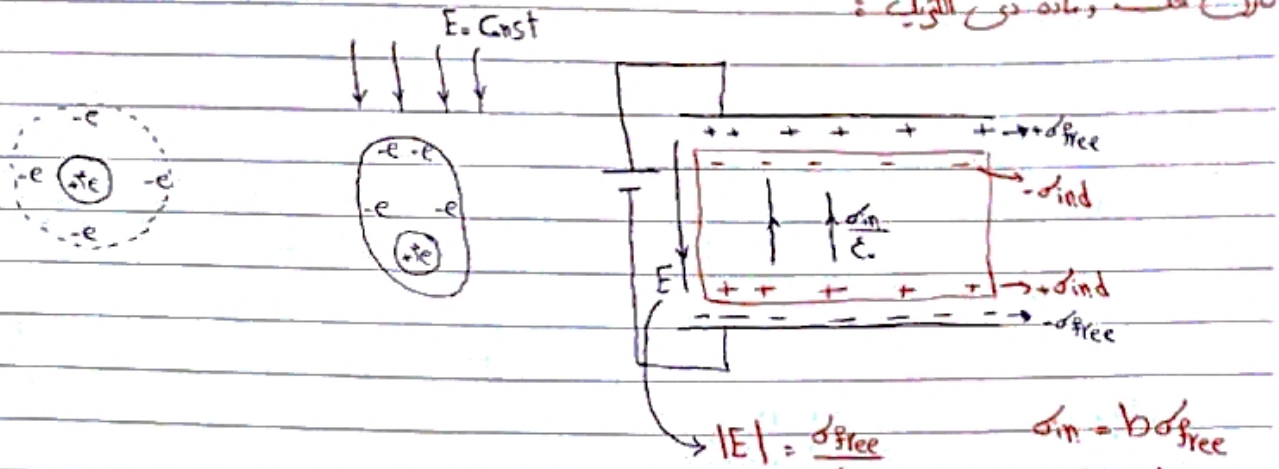
($\int d\theta = V_0 Ah$; $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$; $Q = \sigma A$)

$$u = \frac{1}{2}QEh = \frac{1}{2}QV \xrightarrow{\text{ادامه بتا}}$$

$$u = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

انرژی الکتریکی $u = \int u = \int_{\text{all space}} \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2\,d\theta$

اثر خازن تخت و ماده دی الکتریک :



$$|E| = \frac{\sigma_{free}}{\epsilon_0} \qquad \sigma_{in} = b\sigma_{free} \quad (b<1)$$

$$E_{net} = E_{free} - E_{in} = \frac{\sigma_{free}}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{in}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma_{free}}{\epsilon_0} - \frac{b\sigma_{free}}{\epsilon_0}$$

$$E_{net} = \frac{\sigma_{free}}{\epsilon_0}(1-b) \Rightarrow E_{net} = \frac{E_{free}}{k}$$

$1-b$ به ثابت دی الکتریک $\frac{1}{k}$

خلا $k=1$

هوا $k=5$

مثال ① : یک پوسته رسانای کروی به شعاع a و بار q موجود است. با استفاده از میدان الکتریکی در نقاط مختلف فضا انرژی پتانسیل الکتریکی ناشی از این کره را بدست آورید.

راهنمایی: 

$$E = \begin{cases} \frac{kq}{r^2} & r>a \\ 0 & r<a \end{cases} \qquad U = \int_{all\,space} \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \, dv$$

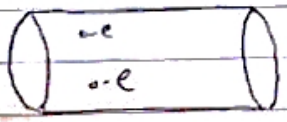
Subject ..... Date .....

مثال ۱۵: یک کره‌ی نارسانا به شعاع a مفروض است. بار q به طور یکنواخت در حجم این کره توزیع شده است. با استفاده از اندازه‌ی میدان در داخل و خارج این کره، انرژی پتانسیل الکتریکی ناشی از این کره را بدست آورید.

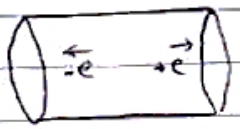
فصل ۲۲

جریان و مقاومت الکتریکی:

$Cu, Au, Pt, \dots$ جنس جریان الکتریکی خلاف جنس حرکت بارهای مثبت است



$T = 300\,K \rightarrow v_{th} = 10^5 \frac{m}{s}$



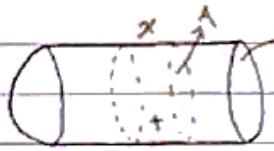
$i = \frac{q}{t} \rightarrow C/s$

$\frac{15C}{15} = 1A \rightarrow$ آمپر

$F = Ma$
$F = qE$
$\Rightarrow (a = \frac{qE}{M})$ ← جرم الکترون

$v_{drift} = \left(\frac{qE}{M}\right)\tau = 10^5 \frac{m}{s}$ سرعت ← زمان واهلش

$i = \frac{dq}{dt}$



$x = v_d t \Rightarrow$ حجم $= xA = v_d tA \Rightarrow$ تعداد الکترون‌ها $= nev_d tA = q$

$$i = \frac{q}{t} = \frac{nev_d tA}{t} \Rightarrow i = ne\left(\frac{eE\tau}{m}\right)A \Rightarrow i = \left(\frac{ne^2\tau}{m}\right)EA$$

σ رسانندگی الکتریکی $= \frac{ne^2\tau}{m}$

$$i = \sigma EA = \sigma \frac{v}{L} A \qquad v = \int \vec{E}\cdot d\vec{L} = EL \Rightarrow i = \frac{\sigma A}{L} v$$

L: طول سیم

v: اختلاف پتانسیل دو سر سیم

$$v = \left(\frac{L}{\sigma A}\right) i \qquad v = iR$$

R: مقاومت الکتریکی — v: اختلاف پتانسیل (ولت V) — i: جریان (آمپر A) — مقاومت (اهم Ω)

$$R = \frac{L}{\sigma A}$$

L: طول سیم — A: مساحت سطح مقطع

تعریف مقاومت:

نسبت اختلاف پتانسیل به جریان برای هر جسمی چه رسانا باشد چه نباشد مقاومت الکتریکی گفته می‌شود

قانون اهم:

در دمای ثابت نسبت اختلاف پتانسیل به جریانی که از یک رسانا می‌گذرد مقداری است ثابت که به آن مقاومت الکتریکی می‌گویند. باید توجه داشت که قانون اهم یک قانون فراگیر نیست و فقط در دمای ثابت برای رساناها صادق است

Subject ..... Date .....

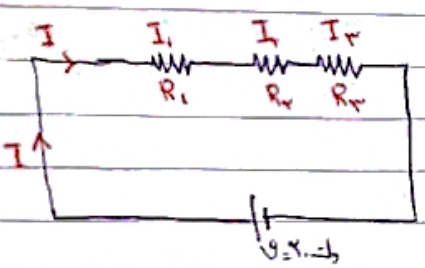
تمامی مقاومت توسط پارامتری به نام مقاومت ویژه معرفی می شوند که این پارامتر فقط و فقط به جنس ماده رابسته هست و مستقل طول و شکل سطح مقطع آن هست

مقاومت ویژه $\rho = \frac{1}{\sigma}$

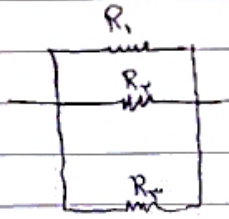
$R = \rho \frac{L}{A}$ Ω (Ω, m) m m^2

به هم بستن مقاومت ها: R

I: سری یا متوالی $\rightarrow R_t = R_1 + R_2 + R_3$



II: موازی



$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

در I

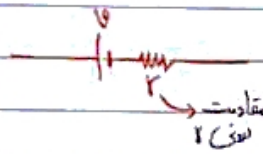
در I $I = I_1 = I_2 = I_3$

در V $V = V_1 + V_2 + V_3$

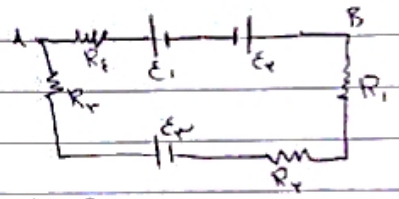
$IR_t = IR_1 + IR_2 + IR_3$

نیروی محرکه ($\mathcal{E}$) :

دستگاهی که می تواند یک اختلاف پتانسیل ثابت و در نتیجه ی آن یک میدان الکتریکی را مدام در مدار عبور جریان ثابت نگه دارد یک منبع نیروی محرکه الکتریکی نام دارد. باید توجه داشت که این نام دقیق نیست. چون نیروی محرکه در واقع از جنس نیرو نیست بلکه از جنس اختلاف پتانسیل هست. لازم به ذکر است که هر منبع نیروی محرکه دارای یک مقاومت درونی است



مدار تک حلقه



مدار تک حلقه

$\begin{cases} I = ? \\ V_A - V_B = ? \end{cases}$

مدار تک حلقه شامل تعدادی مولد و مقاومت است که به طور سری به هم بسته شدند در یک مدار تک حلقه می توان به تعداد دلخواه مولد الکتریکی قرار داد برای تحلیل یک مدار تک حلقه باید ۵ نکته زیر را در نظر گرفت

① شدت جریان الکتریکی در تمامی نقاط مدار تک حلقه یکسان هست

② یک جهت کاملاً اختیاری برای شدت جریان انتخاب می کنیم. اگر جهت جریان را اشتباه در نظر گرفته باشیم پس از حل مسئله باید عددی منفی برای جریان بدست آید و اگر عددی مثبت بدست آید جهت جریان درست انتخاب شده هست

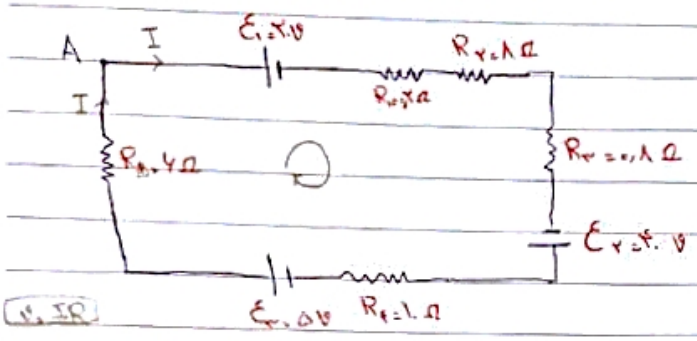
③ از یک نقطه دلخواه و در یک جهت کاملاً دلخواه ولتمان را مزوع می نامیم. هرگاه در جهت جریان از مقاومت R عبور نمایم پتانسیل به اندازه ی IR کاهش می یابد و هرگاه در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور نمایم پتانسیل به اندازه ی IR افزایش می یابد

Subject ..... Date .....

① هرگاه پرده‌ی مدار از پایه‌ی مثبت مولد به سمت پایه‌ی منفی آن حرکت کنیم، پتانسیل به اندازه‌ی نیروی محرکه کاهش یافته و هرگاه از پایه منفی به سمت پایه مثبت حرکت کنیم، پتانسیل افزایش می‌یابد

② جمع جبری اختلاف پتانسیل در یک حلقه صفر است

مثال:



$V_A - \mathcal{E}_1 - IR_1 - IR_2 - IR_3 + \mathcal{E}_2 - IR_4 + \mathcal{E}_3 - IR_5 = V_A$

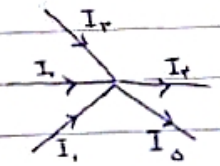
$-I(R_1+R_2+R_3+R_4+R_5) = -\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_3+\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{R_1+R_2+R_3+R_4+R_5} = \frac{50+40-20}{25} = 1\,A$

$V_A - \mathcal{E}_1 - IR_1 - IR_2 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = I(R_1+R_2) + \mathcal{E}_1$

مدار چند حلقه:

قانون شدت جریان یا گره:

اگر مداری طوری طراحی شود که در آن اشعابات شاهده شود به آن مدار چندحلقه می‌گویند. باید با دست قراردان تعداد حلقه‌ها را محاسبه کرد و به تعداد $n-1$ حلقه معادله حل کرد. همچنین باید از قانون گره استفاده نمود

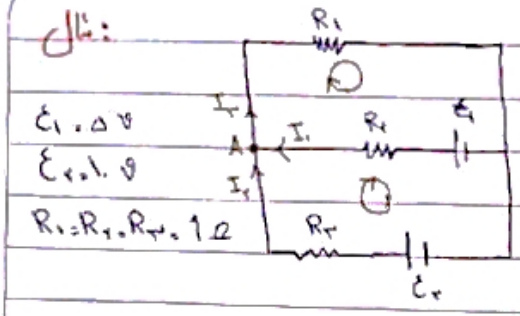


$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$

Subject ..... Date .....

مثال: در مدار چند حلقه مثال داده شده در مثال قبل به روش جریان حلقوی از هر یک از شاخه ها بدست آورید؟

مثال:



$\mathcal{E}_1 = 5\,V$

$\mathcal{E}_2 = 10\,V$

$R_1 = R_2 = R_3 = 1\,\Omega$

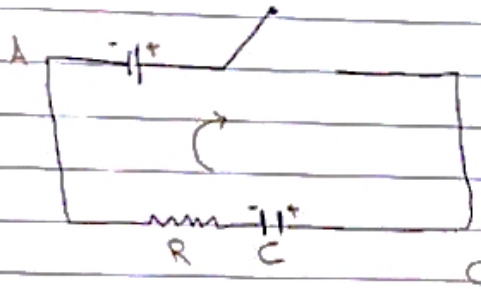
$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ V_A - I_1R_1 + \mathcal{E}_1 - I_2R_2 = V_A \Rightarrow -I_1R_1 - I_2R_2 = -\mathcal{E}_1 \\ V_A + I_2R_2 - \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I_3R_3 = V_A \Rightarrow +I_2R_2 - I_3R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(I_1+I_2)R_1 - I_1R_2 = -\mathcal{E}_1 \\ +I_2R_2 - I_3R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2I_1 - I_2 = -5 \\ I_2 - I_3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2I_1 - I_2 = -5 \\ -I_1 + I_3 = 5 \end{cases}$$

$$-3I_1 + 0 = 0 \Rightarrow I_1 = 0 \Rightarrow I_2 = 5^{A} \quad I_3 = 5A$$

شارژ خازن:

مدار (R-C)



$$C = \frac{q}{v} \qquad v = \frac{q}{C}$$

$$V_A + \mathcal{E} - V_C - IR = V_A$$

$$\mathcal{E} - V_C - iR = 0$$

$$+\mathcal{E} - \frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0 \Rightarrow \mathcal{E}C - q - RC\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow RC\frac{dq}{dt} = \mathcal{E}C - q$$

$$\Rightarrow \int_{q_{t=0}}^{q} \frac{dq}{\mathcal{E}C - q} = \int_{t=0}^{t} \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\ln(\mathcal{E}C - q)\Big|_0^q = \frac{t}{RC}\Big|_0^t \Rightarrow \ln(\mathcal{E}C - q) - \ln(\mathcal{E}C) = \frac{-t}{RC}$$

$$\ln\left(\frac{\mathcal{E}C - q}{\mathcal{E}C}\right) = \frac{-t}{RC} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}C - q}{\mathcal{E}C} = e^{\left(\frac{-t}{RC}\right)} \Rightarrow \mathcal{E}C - q = \mathcal{E}Ce^{\left(\frac{-t}{RC}\right)}$$

$$\Rightarrow q = \mathcal{E}C\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$v_C = \frac{q}{C} = \mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$ اختلاف پتانسیل صفحات خازن

$$i = \frac{dq}{dt} = \mathcal{E}C\left(0 - \left(\frac{-1}{RC}\right)e^{\frac{-t}{RC}}\right) \Rightarrow \boxed{i = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{\frac{-t}{RC}}}$$ جریان لحظه‌ای مدار

$$\rightarrow \boxed{V_R = iR = \mathcal{E}e^{\frac{-t}{RC}}}$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت

$\ln a = b \Leftrightarrow a = e^b$

Subject Date

$t=0 \quad q \to \varepsilon C(1-e^{0}) = 0$

$t \to \infty \quad q \to \varepsilon C(1-e^{-\infty}) = \varepsilon C$

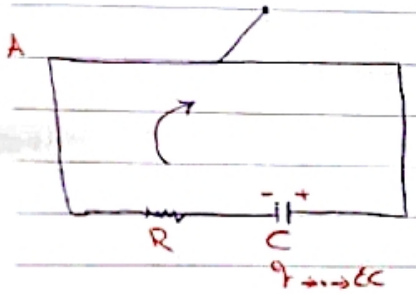
} خازن

$t=0 \quad i \to \frac{\varepsilon}{R} e^{0} = \frac{\varepsilon}{R}$

$t \to \infty \quad i \to \frac{\varepsilon}{R} e^{-\infty} = 0$

} جریان عبوری از خازن

تخلیه یا دشارژ خازن



$+\varepsilon - v_C - iR = 0$

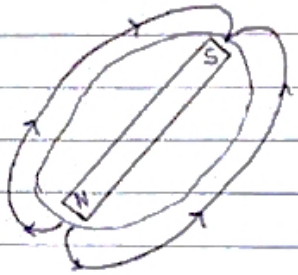
$-\frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0 \Rightarrow -q - RC\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow -RC\frac{dq}{dt} = +q$

$\int_{\varepsilon C}^{0} \frac{dq}{q} = \int_{0}^{t} \frac{-dt}{RC}$ انتگرال بگیرید

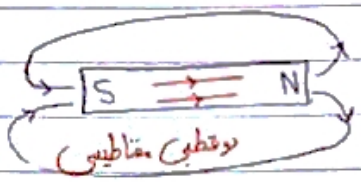
Subject ..... Date .....

فصل ۲۴ و ۲۵ :

مغناطیس :



دوقطبی الکتریکی



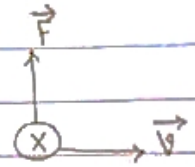
دوقطبی مغناطیسی

رابطه نیروی

$$F = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

N C $\frac{M}{S}$ میدان مغناطیسی T (تسلا)

کمیت برداری



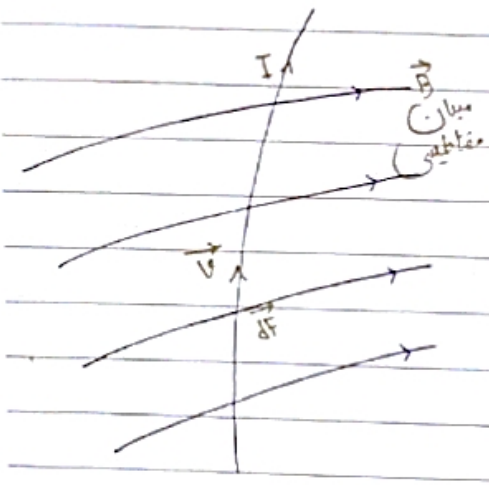
قانون دست راست :

اگر یک بار الکتریکی با بردار سرعت $\vec{v}$ وارد یک میدان مغناطیسی شود به این بار از جانب میدان نیروی واردی نمود که جهت آن از قانون دست راست بدست می آید.

اگر چهار انگشت دست راست در جهت بردار سرعت و اگر کف دست در جهت میدان مغناطیسی باشد در این صورت راستای شصت دست در جهت نیروی وارد بر بار الکتریکی خواهد بود

Subject ..... Date .....

نیروی وارد بر سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی



$$F = q(\vec{v}\times\vec{B}) \Rightarrow d\vec{F} = dq(\vec{v}\times\vec{B})$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\,dt$$

$$\Rightarrow d\vec{F} = i\,dt(\vec{v}\times\vec{B})$$

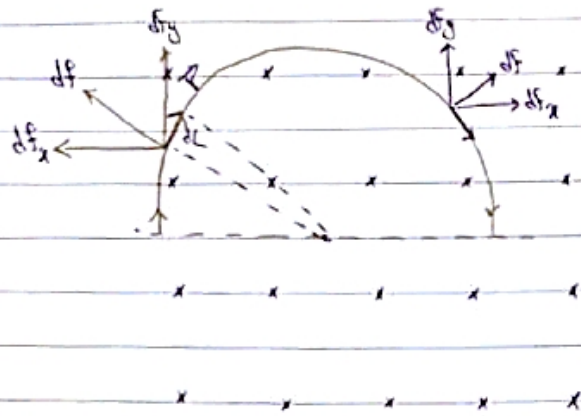
طول سیم: $d\vec{L} = \vec{v}\,dt$

$$\boxed{d\vec{F} = i\,d\vec{L}\times\vec{B}}$$

نیروی وارد بر سیم: $\boxed{\vec{F} = \int d\vec{F} = \int i\,d\vec{L}\times\vec{B}}$

Subject ..... Date .....

Ex: مثال:



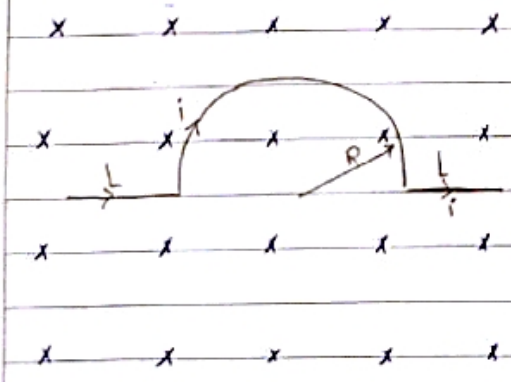
$F_x = \int dF_x \cdot dF\cos\theta = 0$

$dF_y = dF\sin\theta$

$F_y = \int dF_y = \int dF\sin\theta$, $dF = i\vec{dL}\times\vec{B}$ $\Rightarrow F_y = \int i\,dL\,B\sin\theta = \int iRB\sin\theta\,d\theta = iRB\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta$ ($dL = Rd\theta$)

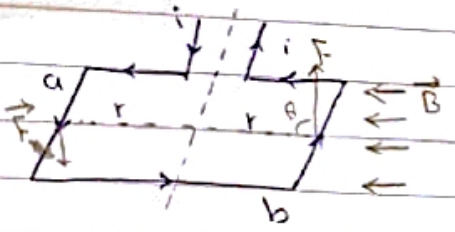
$= iRB(-\cos\theta)\Big|_0^{\pi} = -iRB(-1-1) \Rightarrow F_y = 2iRB$

مثال: یک سیم با جریان i مطابق با شکل مفروض است. این سیم از دو قطعه صاف به طول L و یک قطعه‌ی نیم دایره به شعاع R تشکیل شده است. نیروی کل وارد بر این سیم چه قدر است؟



Subject ..... Date .....

نیروی وارد بر قاب حامل جریان:



a: طول $A = ab$

b: عرض مساحت قاب

$A.\pi r^2$ گشتاور یک حلقه

$F = IaB$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau = \frac{b}{2} F \sin\theta = \frac{b}{2} iaB\sin\theta \xrightarrow{\text{کل}} \tau = 2\left(\frac{b}{2} iaB\sin\theta\right) = iabB\sin\theta$

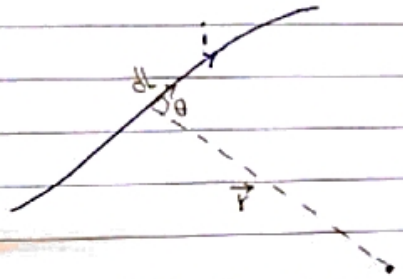
$\vec{\tau} = iAB\sin\theta$

N حلقه $\Rightarrow \tau = NiAB\sin\theta$

$\mu = NiA$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی

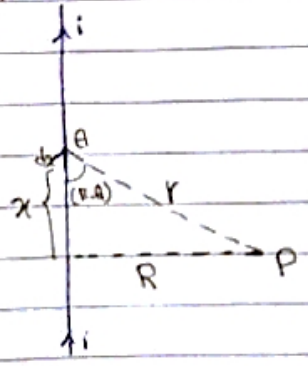
$\left.\begin{array}{l} \tau = NiAB\sin\theta \\ \mu = NiA \end{array}\right\} \tau = \mu B\sin\theta \text{ or } \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

محاسبه میدان با استفاده از قانون بیوساوار:



قانون بیوساوار $d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$

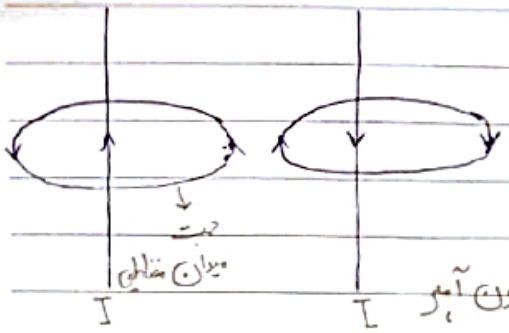
Ex:



$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$

$\cot(\pi-\theta) = -\cot\theta = \frac{x}{R}$

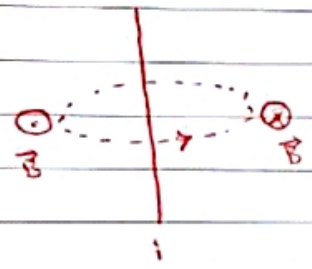
میدان مغناطیسی اطراف سیم:



$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I \Rightarrow$$

? ← مسیر دایره‌ای، مسیر بسته
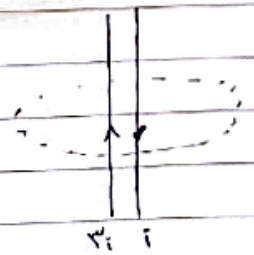
Ex:



$$\vec{B}\cdot\vec{dl} = B\,dl\cos\theta \overset{\theta=0}{}$$

$$\Rightarrow \oint B\,dl\cos 0 = \mu_0 I \Rightarrow B\oint dl = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I \Rightarrow B(2\pi r) = \mu_0 2I$$

$$\Rightarrow B = \frac{2\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I}{\pi r}$$

$$B = \int dB = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dL \cdot r \cdot \sin\theta}{r^3} = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{dL}{r^2} \sin\theta \quad \begin{cases} \sin\theta = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}} \\ r^2 = (x^2+R^2) \end{cases}$$

$$(dL = dx)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{R\,dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}} = \int_{-\infty}^{+\infty} = 2\int_0^{+\infty}$$

$$\downarrow$$

$$x = R\cot\theta$$

$$\frac{2\mu_0 iR}{4\pi} \int_0^{\pi} \frac{dx}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$\hookrightarrow R^2(\cot^2\theta + 1)$$

$$\cot(\theta) = -\cot(\pi-\theta) = \frac{-x}{R}$$

$$x = -R\cot\theta$$

$$dx = -R[-(1+\cot^2\theta)]\,d\theta \Rightarrow B = \int_0^{\infty} \frac{R(1+\cot^2\theta)\,d\theta}{R^3(1+\cot^2\theta)^{3/2}} = \int_0^{\infty} \frac{1}{R^2}\sin\theta\,d\theta$$

$$\left(\frac{1}{\sin^2\theta}\right)^{1/2}$$

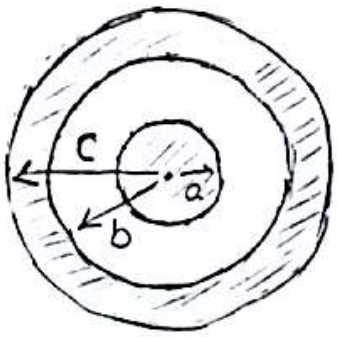
$$B = \frac{2\mu_0 iR}{4\pi}\left(\frac{1}{R^2}\right) \underbrace{-\cos\theta\Big|_0^{\pi/2}}_{1} = \frac{2\mu_0 iR}{4\pi R^2}$$

وبسایت اینترنتی جزوه و تمرین

@ozveotamrin

scan me🧐!!

www.wtiau.net



شکل مقابل برش یک کابل هم محور طویل با شعاع های a، b، c است. جریان I در سطح مقطع این کابل جریان های هم اندازه I با توزیع یکنواخت در جهت های خلاف یکدیگر می گذرد. با استفاده از قانون آمپر میدان مغناطیسی $\vec{B}$ را در نواحی $r<a$، $a<r<b$، $b<r<c$ و $r>c$ به دست آورید.

I. $r<a$ طبق قانون آمپر $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$ جریان خالص داخل حلقه جریان در کابل با شعاع a: $J_1 = \frac{I}{\pi a^2} = \frac{I}{S}$

$$B(2\pi r) = \mu_0 (\pi r^2) J_1 = \mu_0 \frac{\pi r^2 I}{\pi a^2}$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r$$



II. $b<r<a$ $\quad B(2\pi r) = \mu_0 (\pi a^2) \frac{I}{\pi a^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

III. $b<r<c$ $\quad B(2\pi r) = \mu_0 \left[I - \frac{I \pi (r^2 - b^2)}{\pi (c^2 - b^2)} \right]$

جریان به سمت بیرون ↑ جریان به سمت درون ↓

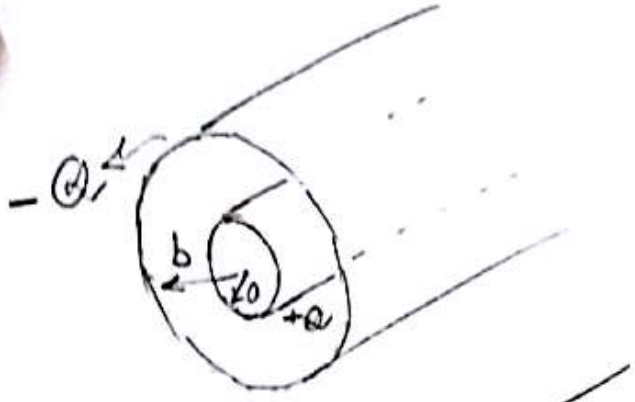
$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left(1 - \frac{r^2 - b^2}{c^2 - b^2} \right)$$

IV. $r>c$ $\quad B(2\pi r) = \mu_0 (I - I) = 0 \Rightarrow B = 0$

پایان تمرین ۶

یک خازن استوانه‌ای به طول L دارای دو استوانه هم‌محور به شعاع‌های a و b تشکیل شده است. ظرفیت این خازن را به دست آورید.

خازن استوانه‌ای: دو رسانای استوانه‌ای هم‌محور داریم



میدان الکتریکی از سمت استوانه داخلی به سمت استوانه خارجی

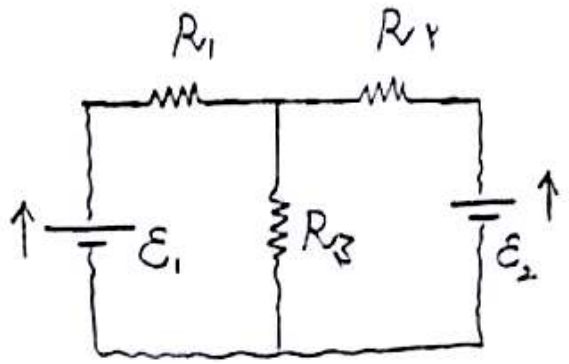
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$V_{(+)} - V_{(-)} = \int_{(+)}^{(-)} \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

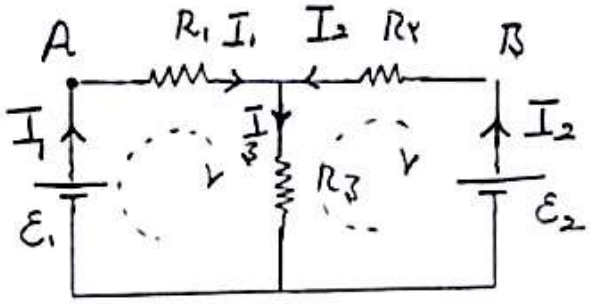
حل تمرین ۲

در مدار مقابل جریان در مقاومت R_2 چقدر است.
همچنین جریان در مقاومت R_3 را به دست آورید.



$\mathcal{E}_1 = 10$ ولت ، $\mathcal{E}_2 = 5$ ولت

$R_1 = R_2 = R_3 = 4\,\Omega$



$I_1 + I_2 = I_3$ قانون گره

$V_A - I_1 R_1 - I_3 R_3 + \mathcal{E}_1 = V_A$

$V_B - \mathcal{E}_2 + I_3 R_3 + I_2 R_2 = V_B$

$\Rightarrow$ $I_1 R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1$

$I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_2$

$\Rightarrow$ $I_1 R + (I_2 + I_1) R = \mathcal{E}_1$

$I_2 R + (I_2 + I_1) R = \mathcal{E}_2$

$\Rightarrow$ $2I_1 R + I_2 R = \mathcal{E}_1$

$I_1 R + 2I_2 R = \mathcal{E}_2$

$2I_1 R + I_2 R = \mathcal{E}_1$

$-2(I_1 R + 2I_2 R) = -2\mathcal{E}_2$

قانون حلقه

$-3I_2 R = -2\mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_1$

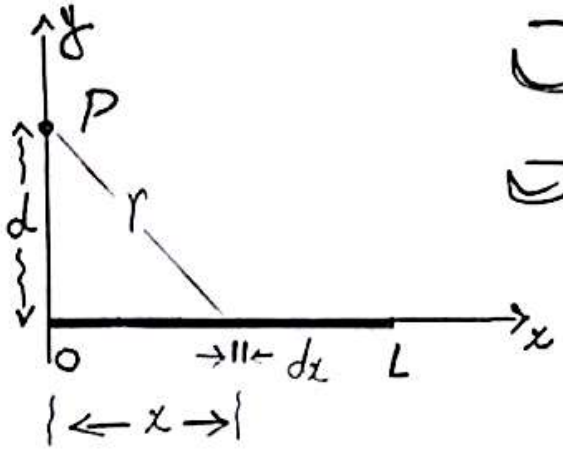
$-3I_2(4) = -10 + 10$

$\Rightarrow \boxed{I_2 = 0}$

$I_1 R + 2I_2 R = \mathcal{E}_2 \Rightarrow$

$I_1(4) + 0 = 5 \Rightarrow I_1 = \frac{5}{4}\,A$ ، $I_2 = \frac{5}{4}\,A$

یک میله نازک باریک به طول L با چگالی طولی بار λ موجود است. پتانسیل الکتریکی ناشی از میله را در نقطه P به دست آورید.



$$dV = k\frac{dq}{r^2}\ ,\quad dq = \lambda dx\ ,\quad r = \sqrt{x^2+d^2}$$

$$\Rightarrow\ dV = k\frac{\lambda dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} \Rightarrow\ V = \int dV$$

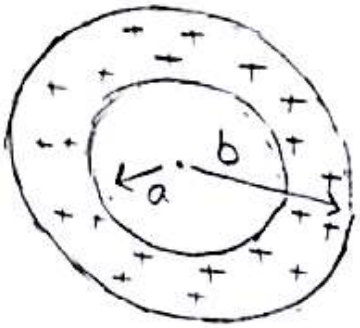
$$V = \int_{x=0}^{L} \frac{k\lambda\, dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} = k\lambda \int_0^L \frac{dx}{(x^2+d^2)^{1/2}}$$

$$= k\lambda \left[\ln\left(x + (x^2+d^2)^{1/2}\right) \right]_0^L = k\lambda \left[\ln\left(L+\sqrt{L^2+d^2}\right) - \ln d \right]$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left[\frac{L+\sqrt{L^2+d^2}}{d}\right]$$

حل تمرین ۳

پوسته کروی نازکی با چگالی بار حجمی یکنواخت ρ در نظر گرفته شده است. با استفاده از قانون گاوس میدان الکتریکی را در نواحی $r<a$ ، $a<r<b$ ، $r>b$ به دست آورید.



با استفاده از قانون گاوس میدان را در سه ناحیه مشخص شده به دست می آوریم.

چگالی حجمی بار $\rho = \frac{Q}{V}$ ← بار توزیع شده

حجم ابر بار ← توزیع شده است

1) $r<a$



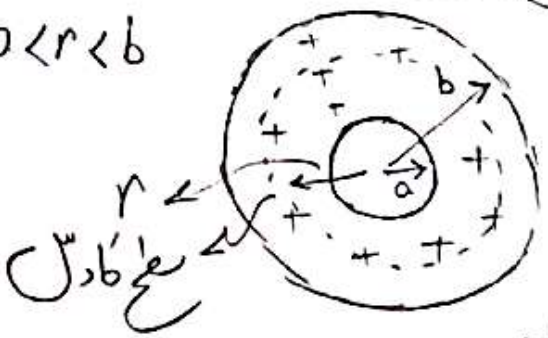
سطح گاوسی کروی

بار درون سطح گاوسی $\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

* در این حالت های درون سطح گاوس وجود ندارد. $(q_{in}=0)$

$$\Rightarrow \oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow E=0$$

2) $a<r<b$



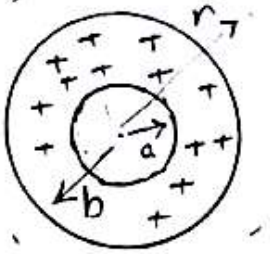
بار درون سطح گاوس $\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ ، $q_{in} = \left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right)\rho$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho(r^3-a^3)}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho(r^3-a^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

3) $r>b$



سطح گاوس

$$\oint \vec{E}.d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$q_{in} = \left(\frac{4}{3}\pi b^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right)\rho$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{4\rho\pi(b^3-a^3)}{3\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\rho(b^3-a^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

تمرین شماره دو